

この系には万有引力

$$\mathbf{F} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3}$$

が働いている。そのポテンシャル V は

$$V = -\frac{1}{\mu} \frac{1}{r}$$

であらわされる。またこの系の運動エネルギー E は 2次元極座標を使って

$$E = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2)$$

である。いま、

$$q_1 = r, \quad q_2 = \theta$$

とおくと、Lagrange 関数 L は

$$L = \frac{m}{2} (\dot{q}_1^2 + q_1^2 \dot{q}_2^2) + \frac{\mu}{q_1}$$

となる。対応する一般化運動量 p_1, p_2 は

$$p_1 = m\dot{q}_1, \quad p_2 = m q_1^2 \dot{q}_2$$

である。したがってハミルトニアン H は

$$H = \frac{1}{2m} \left(p_1^2 + \frac{p_2^2}{q_1^2} \right) - \frac{\mu}{q_1}$$

となり、これより次の正準方程式を得る。

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= \frac{p_1}{m}, & \dot{q}_2 &= \frac{p_2}{m q_1^2}, \\ \dot{p}_1 &= -\frac{\mu}{q_1^2} + \frac{p_2^2}{m q_1^3}, & \dot{p}_2 &= 0 \end{aligned}$$