運動方程式の厳密解と境界条件変更演算子

String Field Theory Solution for Any Open String Background I,II

Theodore Erler, Carlo Maccaferri (2014,2020)

M2 新津優弘

粒子の場と弦の場

- 粒子

	第一量子化		第二量子化	
	x	$\longleftrightarrow$	$\phi(x) = \langle x\vert\phi\rangle$	• 位置xの波動関数 • 点の波動関数を変数とする量子論⇒場の量子論

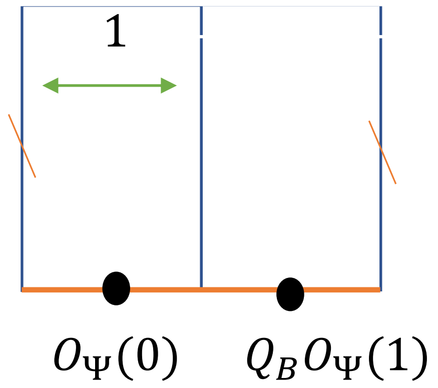
- 弦

	$x(\sigma)$	$\longleftrightarrow$	$\Phi[x(\sigma)] = \langle x(\sigma)\vert\Phi\rangle$	• 弦の形$x(\sigma)$の波動汎関数 • 弦の波動汎関数を変数とする量子論⇒弦の場の量子論

第二量子化すると……

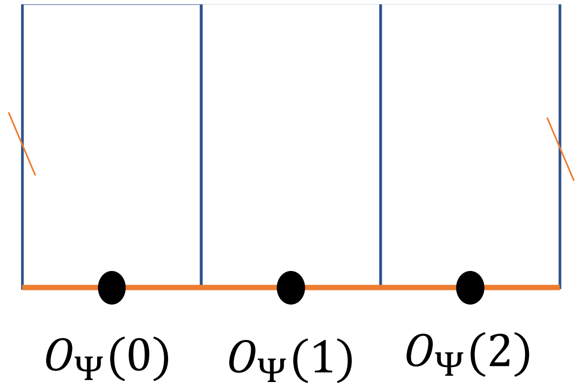
$\left.\begin{array}{l}\text{・摂動計算で第一量子化と一致する}\\ \text{・運動方程式の解として、すべてのDブレーン系を記述できる(開弦の場合)⇒運動方程式の解をすべて求めたい}\end{array}\right\}$ 今回やること

ボゾニック開弦の場の作用



作用Sは

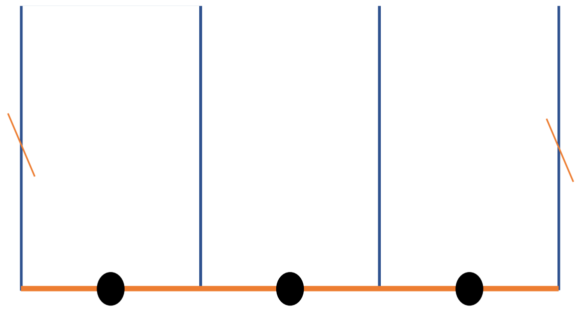
$$S = -\frac{1}{g^2}\left[\frac{1}{2}\langle\Psi|Q_B|\Psi\rangle + \frac{1}{3}\langle\Psi|\Psi * \Psi\rangle\right]$$



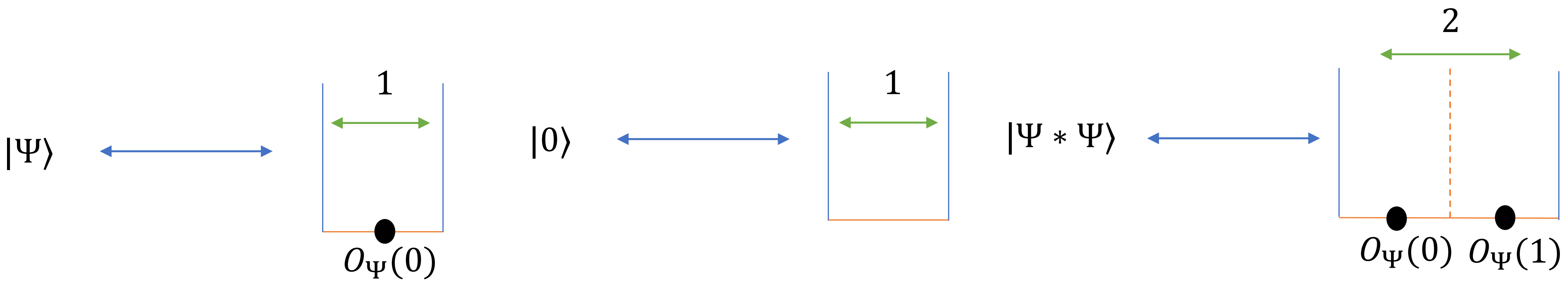
- $\langle\cdot|\cdot\rangle$はBPZ内積と呼ばれ、第一項(運動項)は
$$\langle\Psi|\mathrm{Q_B}|\Psi\rangle = \langle O_\Psi(0) Q_B O_\Psi(1)\rangle_{C_2}$$
- 第二項(相互作用項)は
$$\langle\Psi|\Psi * \Psi\rangle = \langle O_\Psi(0) O_\Psi(1) O_\Psi(2)\rangle_{\mathrm{C}_3}$$
- O_Ψは弦の場の状態$|\Psi\rangle$と状態演算子対応で結びついている演算子
- C_nは周の長さがnの円筒
- 運動方程式は$Q_B|\Psi\rangle + |\Psi * \Psi\rangle = 0$

ボゾニック弦の場の作用

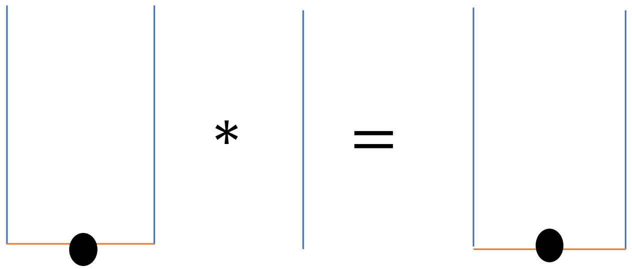
$\langle\Psi|\Psi*\Psi\rangle$



弦の場の状態と図の対応



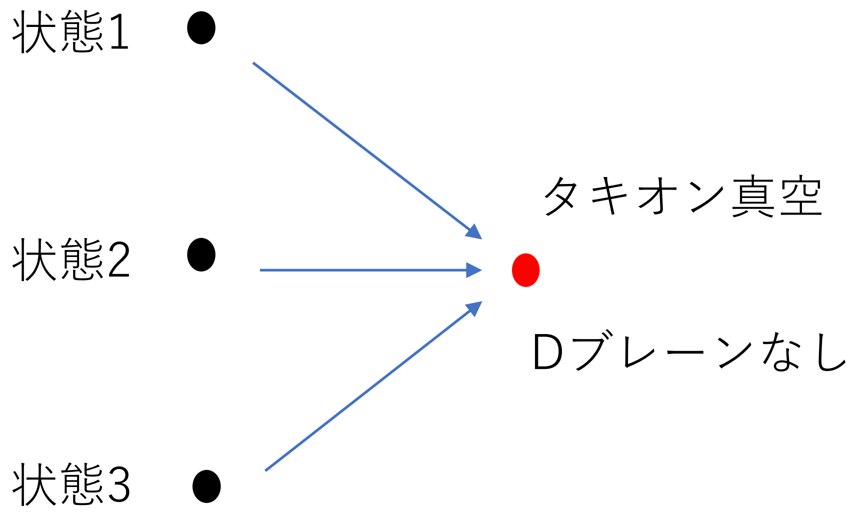
図において、スター積∗は2枚の面の左右を糊付けすることに対応している



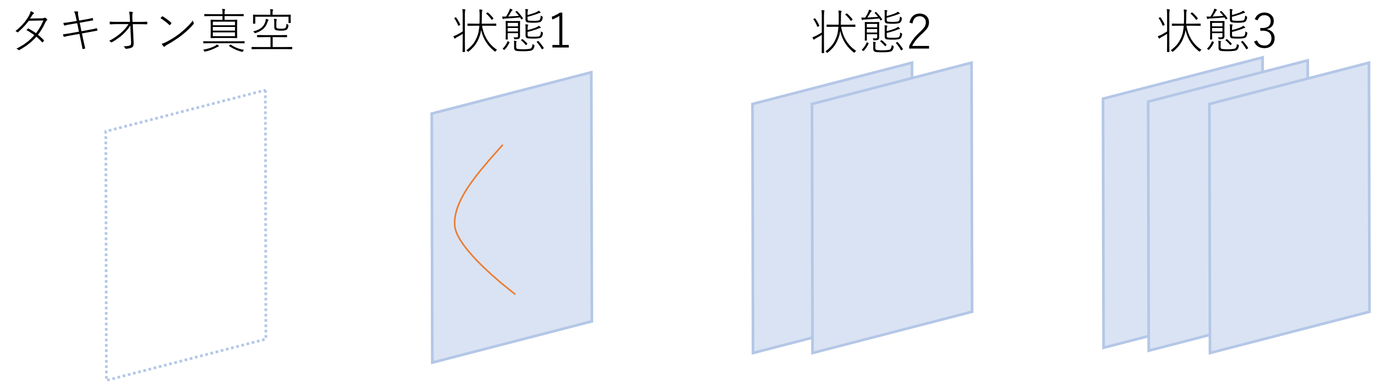
幅がゼロの弦の場の状態はスター積の単位元になる←Identity string field

Identity string fieldに演算子を挿入したものは運動方程式を解くために必要(KBc部分代数)←後ほど解説

運動方程式とDブレーン



- 運動方程式$Q_B|\Psi\rangle + |\Psi * \Psi\rangle = 0$の解は無数にあり、それぞれ別々のDブレーンの状態を表している
- 第一量子化の場合、異なるDブレーンは異なる世界面の理論を作る(境界付きのCFT = BCFT)
- Dブレーンの状態はBCFTで与えられる
- 一本の式ですべてのDブレーンの状態を表したい
- 運動方程式の解をすべて求めたい



ヒント：どのようなDブレーンの状態からでも、タキオン真空解がつくれる

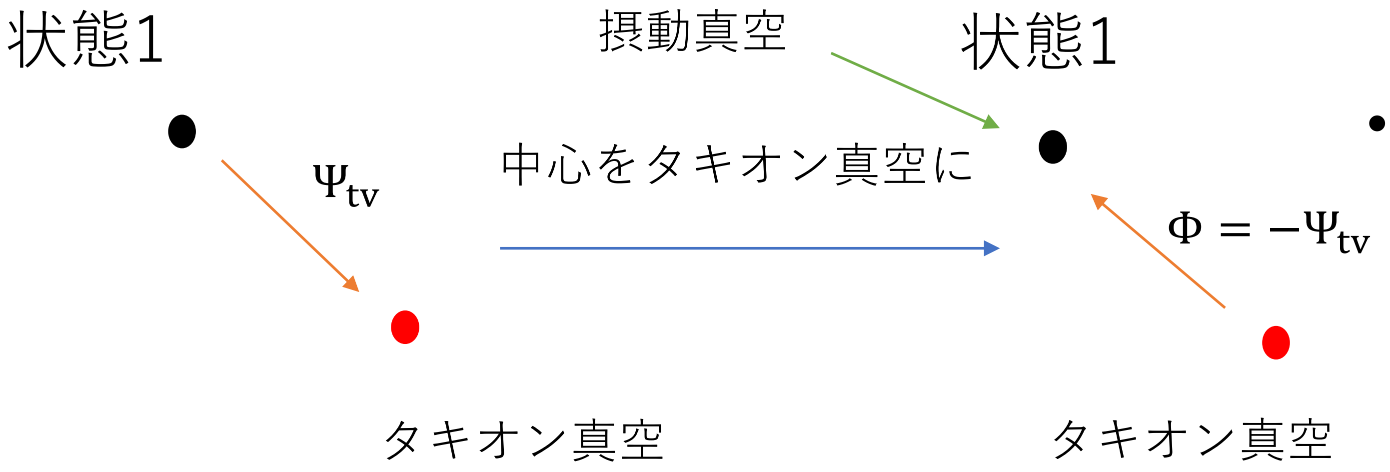
運動方程式とDブレーン

運動方程式$Q_B\Psi+\Psi^2=0$を$\Psi=\Psi_{\mathrm{tv}}+\Phi$として真空の周りで展開

運動方程式はΦだけの式になる($Q_{\mathrm{tv}}=Q_B+\{\Psi_{\mathrm{tv}},\cdot\,\}$)

$$Q_{\mathrm{tv}}\Phi+\Phi^2=0$$

解は$\Phi=-\Psi_{\mathrm{tv}}$

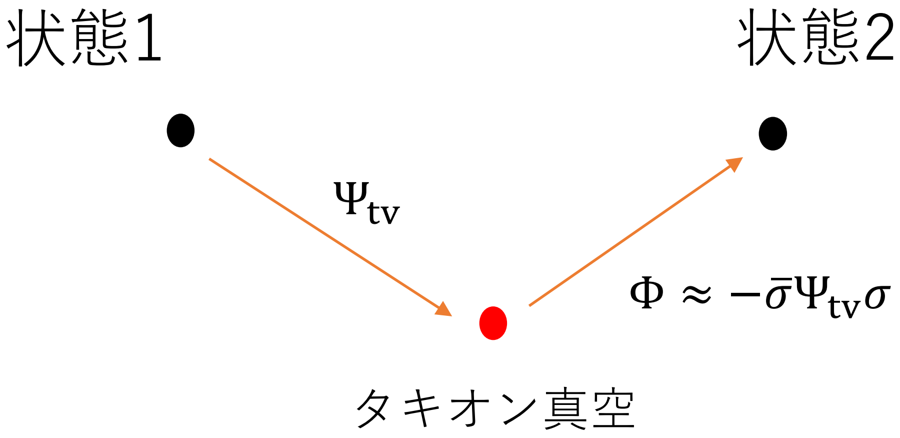


- 状態1からタキオン真空に行くためにはタキオン真空解Ψ_{tv}を使う
- タキオン真空から状態1に行くためにはΦを使う

Ψ_{tv}だけずらしたので、Ψ_{tv}引くともとの真空に戻る

運動方程式とDブレーン

- あらゆるDブレーン系にはタキオン真空解がある
- $\mathbf{BCFT_0}$(状態1を表す$\mathbf{BCFT}$)の$\mathbf{\Psi_{tv}}$を引いたら$\mathbf{BCFT_0}$の摂動真空になった
- $\mathbf{BCFT_0}$と$\mathbf{BCFT_*}$(状態1とは別の状態を表す$\mathbf{BCFT}$)をつなぐような演算子$\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\bar{\sigma}}$を用意する
- いま、$\mathbf{BCFT_*}$の摂動真空を表したいとき、$\mathbf{BCFT_*}$の真空を引いたら摂動真空に飛ぶはず



$$\boldsymbol{\Phi \approx -\bar{\sigma}\Psi_{tv}\sigma}$$

$\boldsymbol{\Psi \approx \Psi_{tv} - \bar{\sigma}\Psi_{tv}\sigma}$は$\mathbf{BCFT_0}$から見た$\mathbf{BCFT_*}$の摂動真空になっている

運動方程式とDブレーン

- $\sigma, \bar{\sigma}$はBCFTの境界条件を変更するため、境界条件変更(bcc)演算子と呼ばれる
- 実際にこれらを使ってすべての解を作ることができる
- bcc演算子には結合法則が破れるという問題がある
$$(\sigma\bar{\sigma})\sigma \neq \sigma(\bar{\sigma}\sigma)$$
- 上の性質を持つと、超弦の場に拡張できない
- Flag状態とよばれる新しい状態にbcc演算子を挿入すると、結合法則の破れを取り除ける

これからやること

- String Field Theory Solution for Any Open String Background I,II
  Theodore Erler, Carlo Maccaferri (2014,2020)

1. KBc部分代数とタキオン真空解
2. 境界条件変更(bcc)演算子
3. bcc演算子と運動方程式
4. Flag状態
5. Flag状態と運動方程式
6. まとめ

ここの話

$$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} + \Phi$$

1. KBc部分代数

解を求める

- 運動方程式は$Q_B\Psi + \Psi^2 = 0$
- Ψ_{tv}は以下の弦の場で表せる

$$K = \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{dz}{2\pi i} T(z), \qquad B = \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{dz}{2\pi i} b(z), \qquad c$$

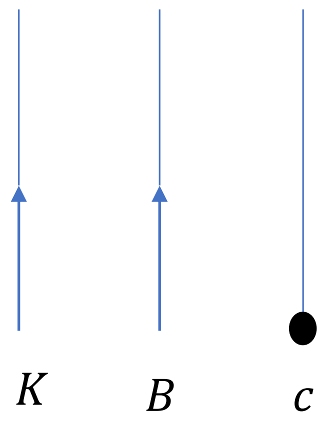
- 代数関係は

$$B^2 = c^2 = 0, \qquad [K, B] = 0, \qquad \{B, c\} = 1$$
$$Q_B K = 0, \qquad Q_B B = K, \qquad Q_B c = cKc$$

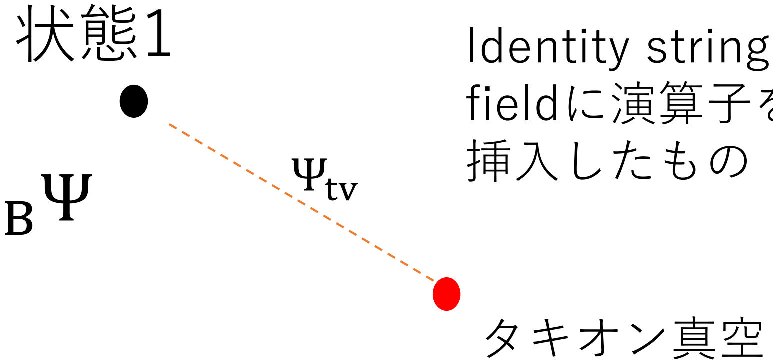
- スター積$*$とQ_Bで閉じている
- 解の例は$\Psi = c - cK$

$$Q_B\Psi = Q_B(c - cKc) = cKc - cKcK$$
$$\Psi^2 = (\mathrm{c} - \mathrm{cK})(\mathrm{c} - \mathrm{cK}) = -\mathrm{cKc} + \mathrm{cKcK} = -\mathrm{Q_B}\Psi$$

幅がゼロ



Identity string fieldに演算子を挿入したもの



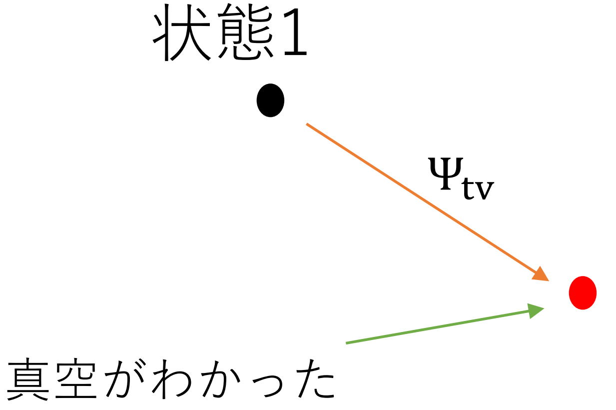
1. KBc部分代数

ここの話

$$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} + \Phi$$

タキオン真空解の作り方

- 運動方程式$Q_B\Psi + \Psi^2 = 0$は$\Psi = 0$を解に持つ
- 0をゲージ変換したもの
$$\Psi = (1 + FBcF)Q_B(1 + FBcF)^{-1}$$
も解(FはKの任意の関数)
- $(1 + FBcF)^{-1}$がill-defindになるようにFを選ぶと真空解になっている場合がある
- $F = \sqrt{1+K}^{-1}$とおくとErler-Schnabl解
$$\Psi_{\mathrm{tv}} = \sqrt{1+K}^{-1}c(1+K)Bc\sqrt{1+K}^{-1}$$



2.境界条件変更(bcc)演算子

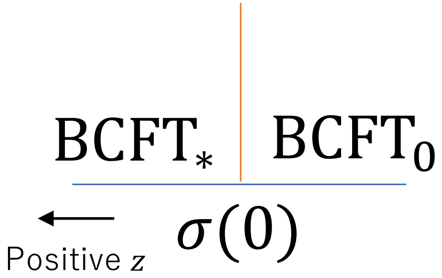
ここの話

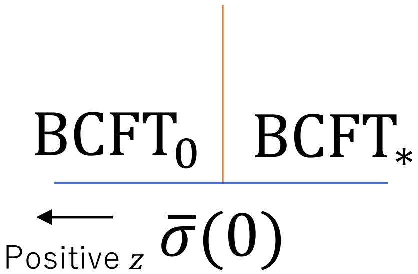
$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} + \Phi$

ΨはBCFT$_0$の解なので、BCFT$_*$のΨ$_{\mathrm{tv}}$を引くなら境界条件をそろえる必要がある

- 演算子を2つ用意する

$$\sigma\colon \mathrm{BCFT}_0 \to \mathrm{BCFT}_* \qquad \bar{\sigma}\colon \mathrm{BCFT}_* \to \mathrm{BCFT}_0$$

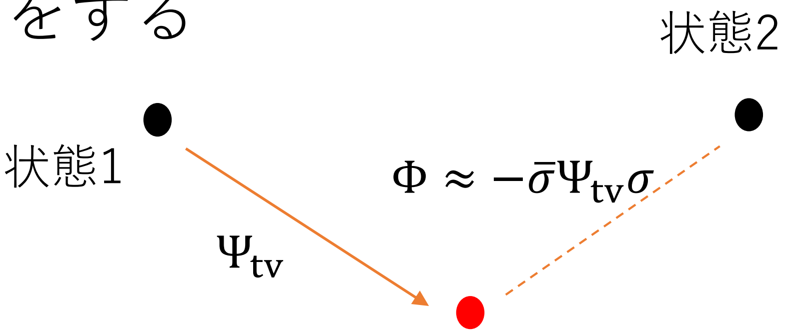




Identity string fieldに演算子を挿入したもの

- この演算子は左右で別の境界条件を結びつける働きをする
- OPEは正則

$$\lim_{s\to 0} \bar{\sigma}(s)\sigma(0) = 1$$



ここの話

$$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} + \Phi$$

bcc演算子

bcc演算子の重要な性質として

$$\bar{\sigma}\sigma = 1, \qquad \sigma\bar{\sigma} = \frac{g_*}{g_0}$$

分配関数の比

がある。

BCFT_0 | BCFT_* | BCFT_0 $\xrightarrow{s \to 0}$ BCFT_0 | BCFT_0

Identity string field

$\bar{\sigma}(s) \quad \sigma(0)$

$\longleftarrow$ Positive z

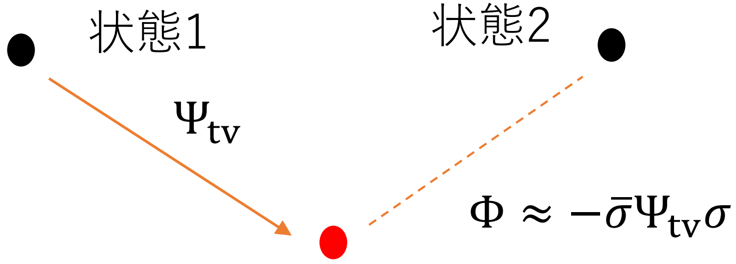
BCFT_* | BCFT_0 | BCFT_* $\xrightarrow{s \to 0}$ BCFT_* | BCFT_*

Identity string fieldでない

$\sigma(s) \quad \bar{\sigma}(0)$

これは結合法則の破れを導く

$$(\sigma\bar{\sigma})\sigma \neq \sigma(\bar{\sigma}\sigma)$$



bcc演算子

ここの話

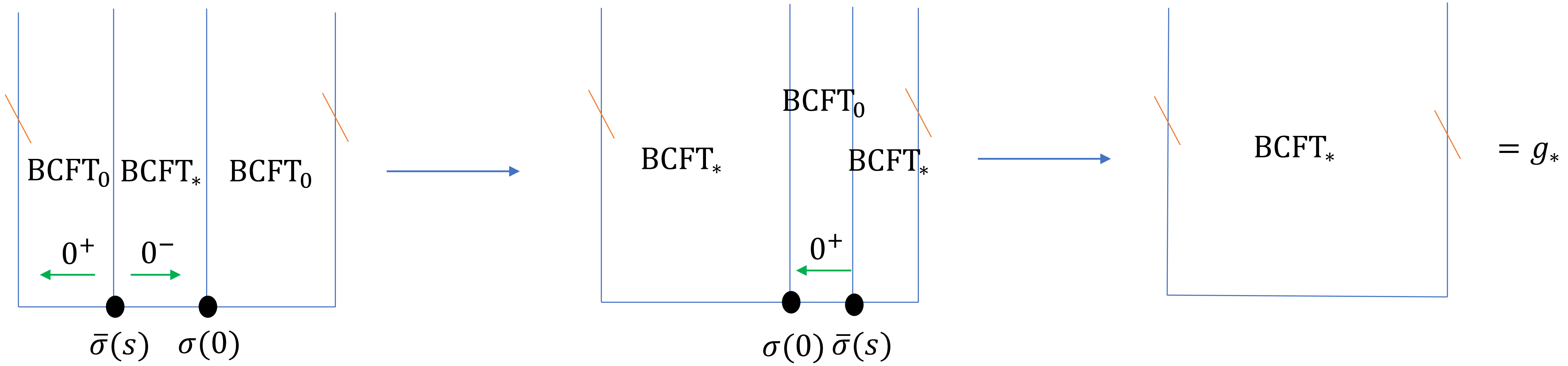
$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} + \Phi$

- 円筒の表面の相関関数で$\mathbf{s} \rightarrow 0^+$をとってみる

$$\langle \bar{\sigma}(s)\sigma(0)\rangle$$

- $SL(2;\mathrm{R})$不変性により、相関関数はsによらず一定
- 円筒の表面はすべてBCFT_*が覆う
- 分配関数をg_*とおく

$$\langle \bar{\sigma}(s)\sigma(0)\rangle = g_*$$



ここの話

$\Psi = \Psi_{tv} + \Phi$

bcc演算子

- 次に相関関数内のbcc演算子の順序を入れ替え、 $s \to 0^-$を考える。

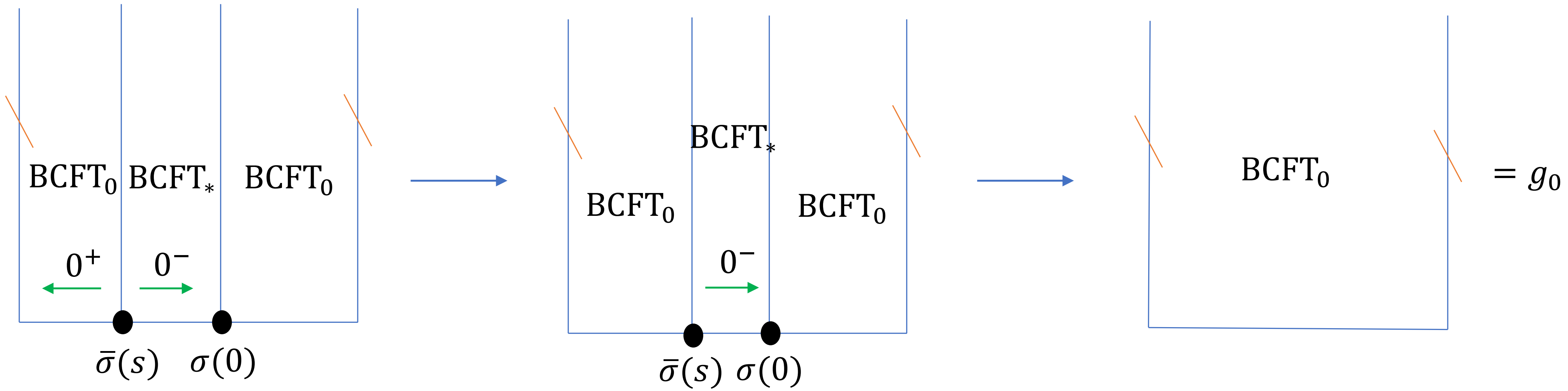
$$\langle \sigma(0)\,\bar{\sigma}(s) \rangle = g_* = g_0 \frac{g_*}{g_0}$$

bcc演算子はグラスマン偶

- 分配関数はg_0
- 相関関数の値は一定なので$\lim_{s\to 0} \sigma(s)\bar{\sigma}(0) = \frac{g_*}{g_0}$が必要
- $\lim_{s\to 0} \bar{\sigma}(s)\sigma(0) = 1$とあわせて考えると、bcc演算子は結合法則が破れている

$$(\sigma\bar{\sigma})\sigma \neq \sigma(\bar{\sigma}\sigma)$$

演算子の位置は同じ



3.bcc演算子と運動方程式

ここの話

$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} + \Phi$

bcc演算子を使って別々のBCFTをつなげてみる

- $\Phi \approx -\bar{\sigma}\Psi_{\mathrm{tv}}\sigma$がゆらぎの部分の運動方程式$Q_{\mathrm{tv}}\Phi + \Phi^2 = 0$を満たすために

$$Q_{\mathrm{tv}}\sigma = Q_{\mathrm{tv}}\bar{\sigma} = 0$$

  が必要
- bcc演算子に上の性質は無いので、修正されたbcc演算子

$$\Sigma = Q_{\mathrm{tv}}\left(\frac{1}{\sqrt{1+K}}B\sigma\frac{1}{\sqrt{1+K}}\right)$$
$$\bar{\Sigma} = Q_{\mathrm{tv}}\left(\frac{1}{\sqrt{1+K}}B\bar{\sigma}\frac{1}{\sqrt{1+K}}\right)$$

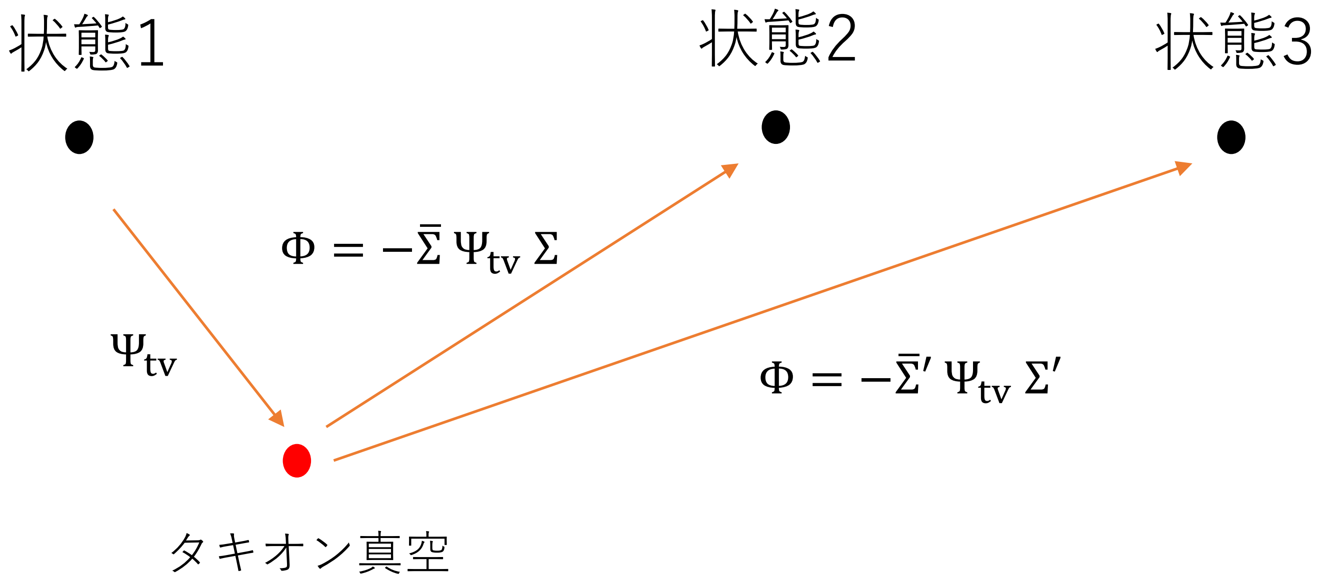
- $\Sigma, \bar{\Sigma}$は$\bar{\Sigma}\Sigma = 1$と$\Sigma\bar{\Sigma} = \frac{g_*}{g_0}$であり、$\sigma, \bar{\sigma}$の性質を受け継いでいる

bcc演算子と運動方程式

- $\sigma, \bar{\sigma}$を$\Sigma, \bar{\Sigma}$に置き換えて

$$\Phi = -\bar{\Sigma}\,\Psi_{\mathrm{tv}}\,\Sigma$$

  は揺らぎの運動方程式$Q_{\mathrm{tv}}\Phi + \Phi^2 = 0$を満たす
- $\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} + \Phi = \Psi_{\mathrm{tv}} - \bar{\Sigma}\,\Psi_{\mathrm{tv}}\,\Sigma$はBCFT$_*$のDブレーン系を表している



$\Sigma, \bar{\Sigma}$を任意に選べば、どのようなDブレーン系にも到達できる

……

ボゾニック弦の場合、結合法則のアノマリーは重要な計算(エネルギーやEllwoodの不変量)に関わってこない

4.Flag状態

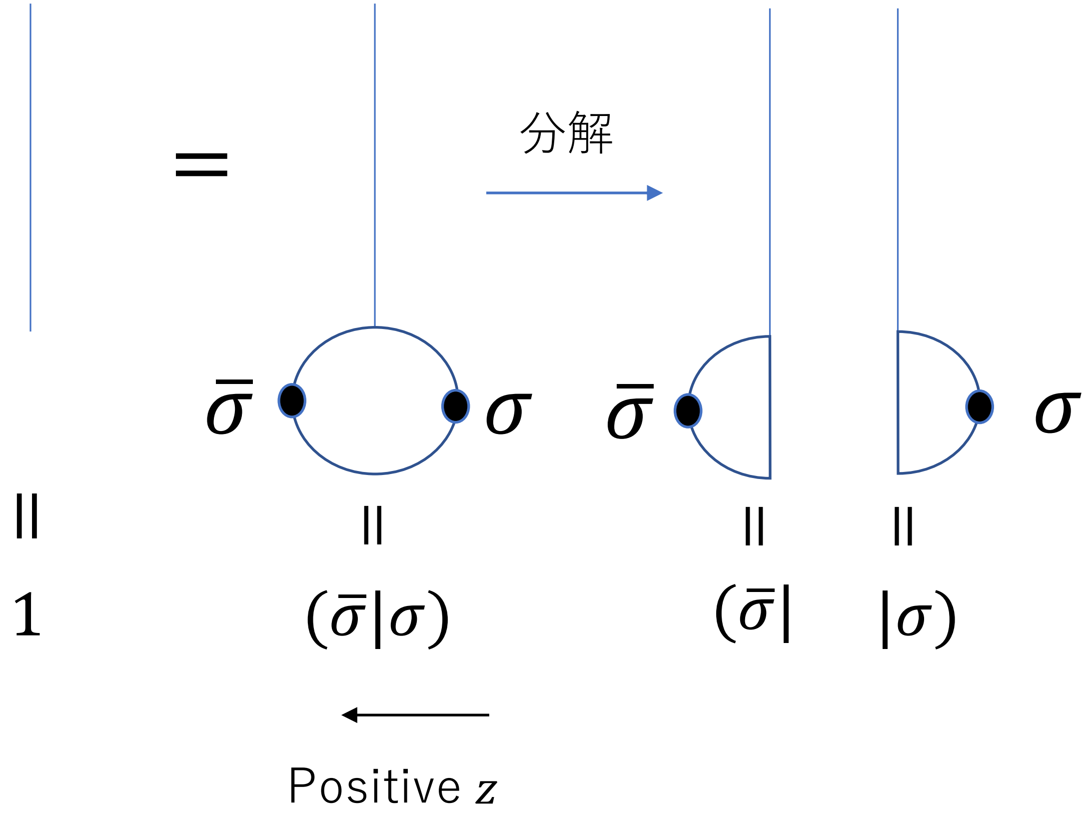
$\Sigma, \bar{\Sigma}$には問題がある。

- 結合法則の破れが$\Sigma\bar{\Sigma}\Sigma$の三重積にあいまいさをもたらす。超弦の場にこのまま拡張すると、三重積の問題が出てくる

この問題を解決し、今までの方程式を満たすような良い方法を見つけたい。

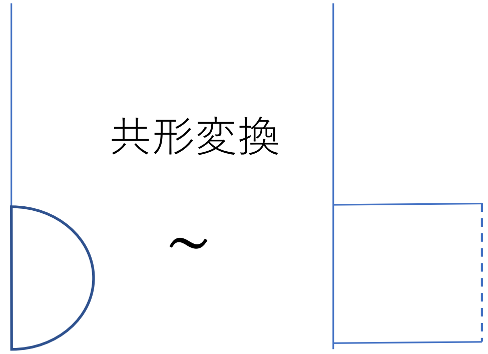
Flag状態

bcc演算子の問題点を解決するため、恒等式$\bar{\sigma}\sigma = 1$をもとに解決策を考える。



① Identity string fieldに有限の領域を付け加える
② 別々の点にbcc演算子を挿入する
③ 二点関数を1とおく
④ 図を2つの部分に分解する
⑤ 左の図を$(\bar{\sigma}|$と書きanti-flag状態、右の図を$|\sigma)$ と書きflag状態と定義する

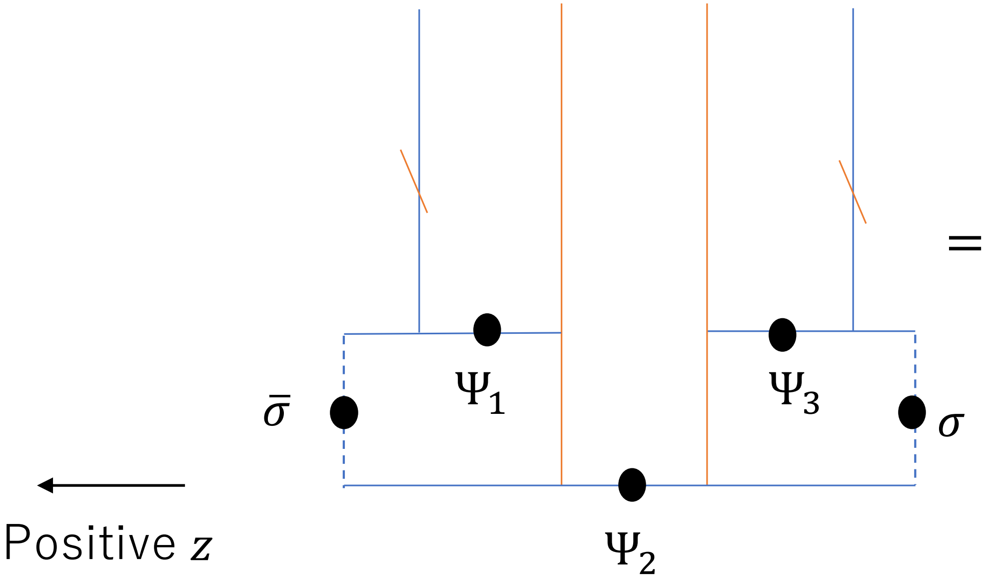
Flag状態



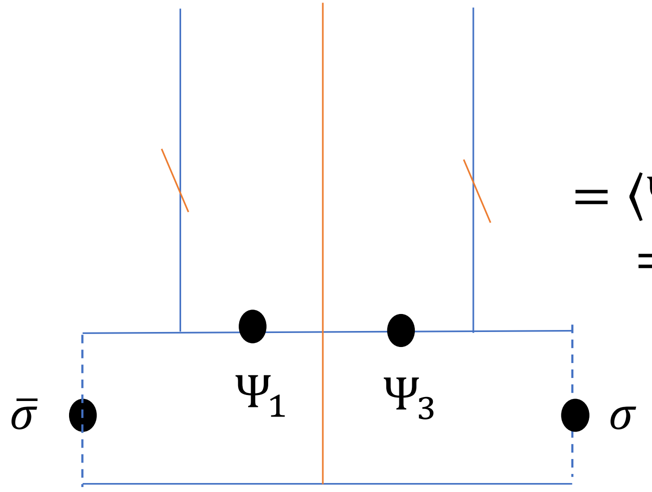
- $(\bar{\sigma}|, |\sigma)$は2つの相関関数から性質を導出できる

$$\langle \Psi_1 (\bar{\sigma}|\Psi_2|\sigma) \Psi_3 \rangle$$
$$\langle \Psi_1 (\bar{\sigma}|\Psi_2|\sigma) \Psi_3 (\bar{\sigma}|\Psi_4|\sigma) \Psi_5 \rangle$$

- 相関関数に対応する図を描き、その領域で経路積分を実行する
- 例えば、下の図で$\Psi_2 = 1$として相関関数を求めると$(\bar{\sigma}|\sigma) = 1$がわかる



$$= \langle \Psi_1 (\bar{\sigma}|\Psi_2|\sigma) \Psi_3 \rangle$$



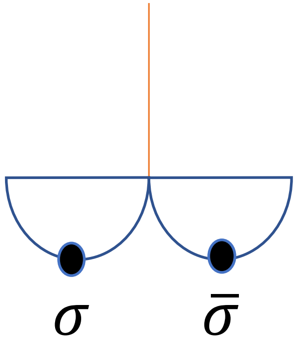
$$= \langle \Psi_1 (\bar{\sigma}|\sigma) \Psi_3 \rangle$$
$$= \langle \Psi_1 \Psi_3 \rangle$$

つまり$(\bar{\sigma}|\sigma) = 1$

Flag状態

bcc演算子の問題点が解決

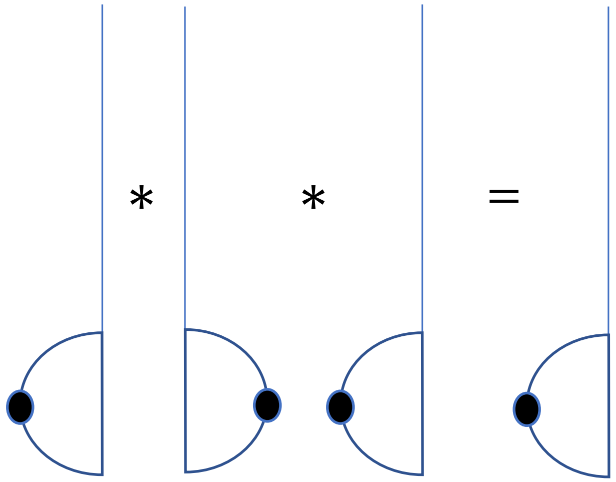
$|\sigma)(\bar{\sigma}|$はidentity string fieldにならない。Flag状態の三重積以上の積になったときは図を参照して計算する。すると



$$|\sigma)(\bar{\sigma}| \neq \frac{g_*}{g_0}$$

$$(\bar{\sigma}|\sigma)(\bar{\sigma}| = (\bar{\sigma}|$$

$$(|\sigma)(\bar{\sigma}|)^2 = |\sigma)(\bar{\sigma}|$$



bcc演算子が別々の点に挿入されているので、OPEも正則に調整する必要がなくなる

OPEが正則に調整すると時間依存解を作れない

5.Flag状態と運動方程式

- 修正されたbcc演算子

$$\Sigma = Q_{\mathrm{tv}}\left(\frac{1}{\sqrt{1+K}}B|\sigma)\frac{1}{\sqrt{1+K}}\right)$$
$$\bar{\Sigma} = Q_{\mathrm{tv}}\left(\frac{1}{\sqrt{1+K}}B(\bar{\sigma}|\frac{1}{\sqrt{1+K}}\right)$$

- 新しいbcc演算子は$\bar{\Sigma}\Sigma = 1$を満たす
- $\boldsymbol{\Phi = -\bar{\Sigma}\Psi_{\mathrm{tv}}\Sigma}$が運動方程式$\boldsymbol{Q_{\mathrm{tv}}\Phi + \Phi^2 = 0}$を満たす
- 三重積$\boldsymbol{\Sigma\bar{\Sigma}\Sigma}$のあいまいさがなくなっている
- 超弦の場に拡張可能
- 時間依存解も作れる

6.まとめ

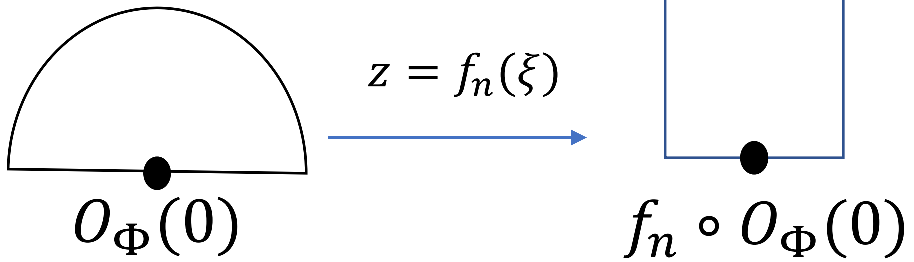
- 運動方程式$Q_B\Psi + \Psi^2 = 0$には様々な解があり、それぞれ別々のDブレーン系の状態を表している
- bcc演算子$\Sigma, \bar{\Sigma}$を使えば、タキオン真空周りの式$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} - \bar{\Sigma}\Psi_{\mathrm{tv}}\Sigma$ですべてのDブレーン系を表せたが、bcc演算子は結合法則を破る
- Flag状態$(\cdot|, |\cdot)$を定義すると、bcc演算子のアノマリーを取り除くことができる

参考・関連文献

1. String Field Theory Solution for Any Open String Background I,II
   Theodore Erler, Carlo Maccaferri (2014,2020)
2. Analytic Methods in Open String Field Theory
   Yuji Okawa(2012)
3. A Simple Analytic Solution for Tachyon Condensation
   Theodore Erlera, Martin Schnabl(2009)
4. Analytic solutions for marginal deformations in open superstring field theory
   Yuji Okawa(2007)

ボゾニック弦の場の作用

半円からさらにわかりやすい図形に$z = f_n(\xi) = \frac{2}{\pi}\arctan\xi + n$を使って変形する。



運動項は

$$\langle A, B\rangle = \langle f_0 \circ O_A(0) f_1 O_B(0)\rangle_{C_2}$$

相互作用項は

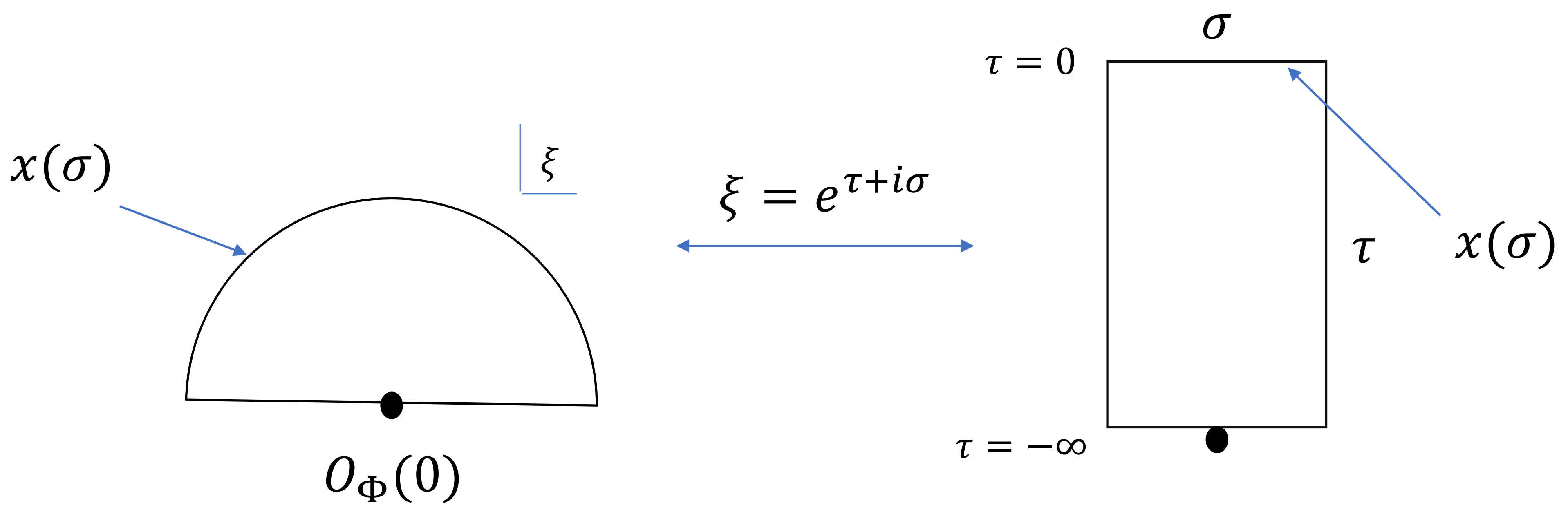
$$\langle A, B * C\rangle = \langle f_0 \circ O_A(0) f_1 \circ O_B(0) f_2 \circ O_C(0)\rangle_{C_3}$$

状態演算子対応

弦の場の状態$|\Phi\rangle$に対応する演算子O_Φを定義する

$$|\Phi\rangle = O_\Phi(0)|0\rangle$$

これは開弦の世界面の座標と$\xi = e^{\tau+i\sigma}$でつながっている。

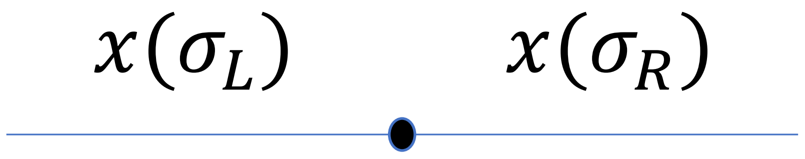


スター積

弦の右半分のパラメーターをσ_R、左半分のパラメーターをσ_Lとし、弦の場を表す波動汎関数を$A[x(\sigma)] = A[x(\sigma_L), x(\sigma_R)]$と書くとき

$$A * B[x(\sigma_L), x(\sigma_R)] = \int Dy\, A[x(\sigma_L), y] B[y, x(\sigma_R)]$$

として$*$を定義する



スター積

スター積は行列の積に対応している

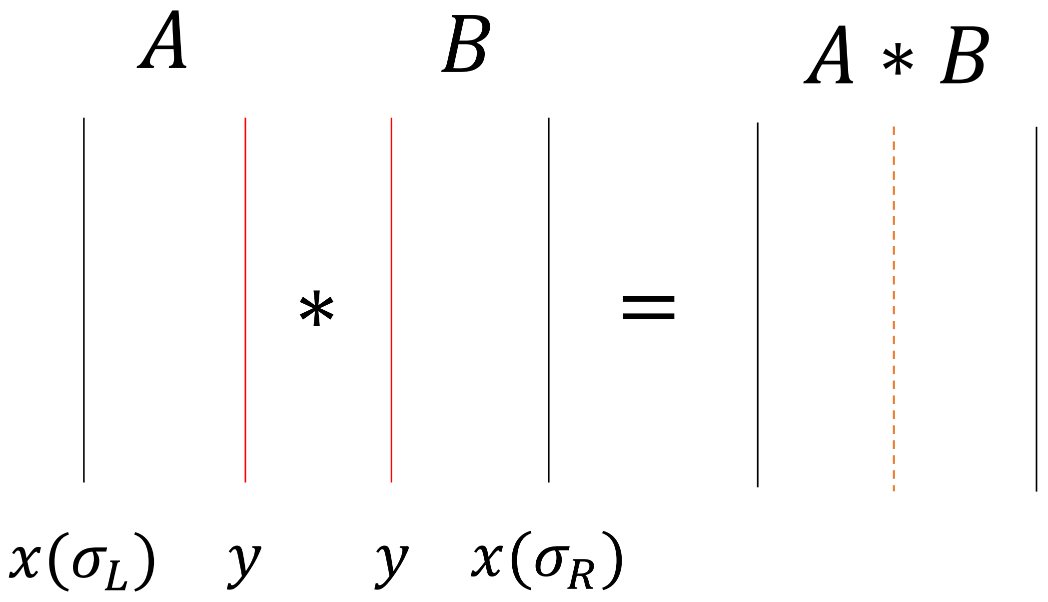
$$A * B[x(\sigma_L), x(\sigma_R)] = \int Dy\, A[x(\sigma_L), y]B[y, x(\sigma_R)]$$

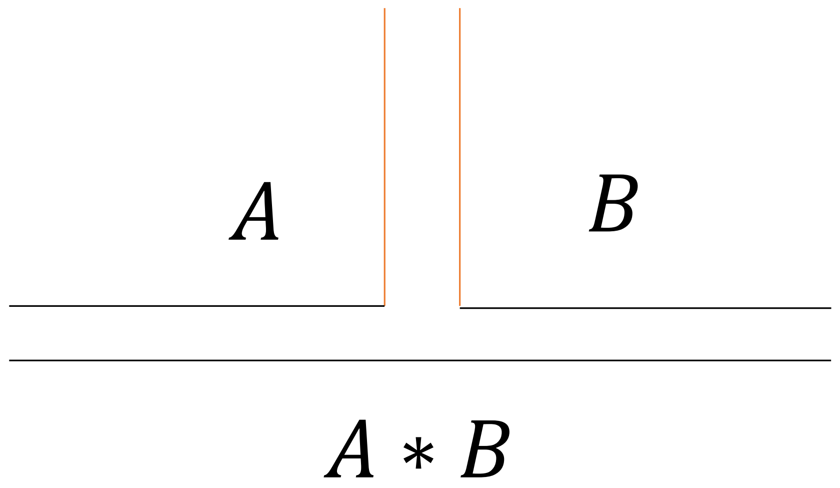
$$\Updownarrow$$

$$(AB)_{ij} = \sum_n A_{in}B_{nj}$$

スター積

図で見ると、二つの世界面をくっつけることに対応している

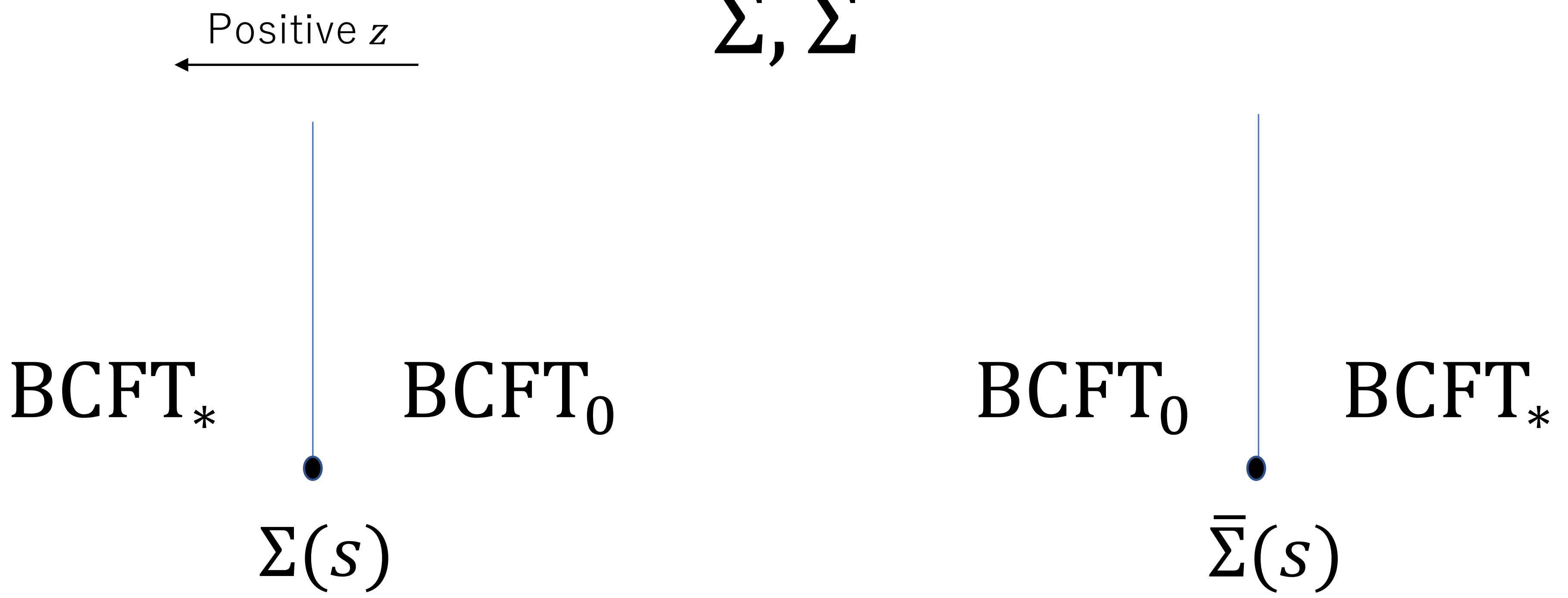




境界条件変更(bcc)演算子

別々の境界条件を持つ別々の境界共形場理論(BFCT)をつなぐ演算子を考えてみる

$\Sigma, \bar{\Sigma}$



bcc演算子

bcc演算子同士が互いに接近したとき

$$\lim_{s \to 0} \bar{\Sigma}(s)\Sigma(0) = 1$$

$$\mathrm{BCFT}_0 \,\Big|\, \mathrm{BCFT}_* \,\Big|\, \mathrm{BCFT}_0 \quad \xrightarrow{s \to 0} \quad \mathrm{BCFT}_0 \,\Big|\, \mathrm{BCFT}_0$$

$\bar{\Sigma}(s)$ $\Sigma(0)$

$\bar{\Sigma}\Sigma(0) = 1 = \mathrm{id}_0$

$\lim_{s \to 0} \Sigma(0)\bar{\Sigma}(s) = 1$ も同様に成り立つのだろうか

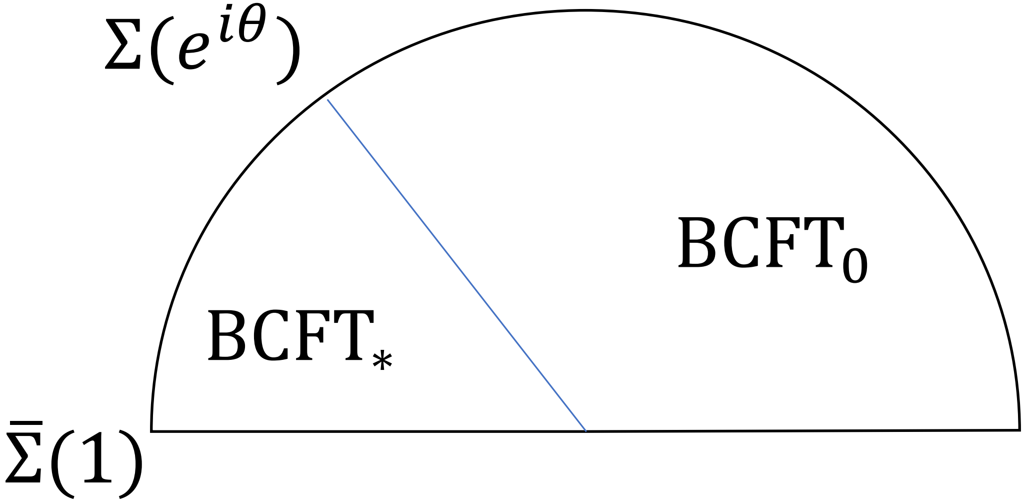
bcc演算子

単位円盤上で相関関数で$\theta \to 0^+$をとってみる

$$\langle \bar{\Sigma}(1)\Sigma(e^{i\theta})\rangle = g_0$$

次に相関関数内のbcc演算子の順序を入れ替え、 $\theta \to 2\pi^-$を考える

$$\langle \Sigma(e^{i\theta})\,\bar{\Sigma}(1)\rangle = g_0$$



bcc演算子

円盤内の境界条件はすべてBCFT$_*$になっているにも関わらず、相関関数は不変である必要がある。なので

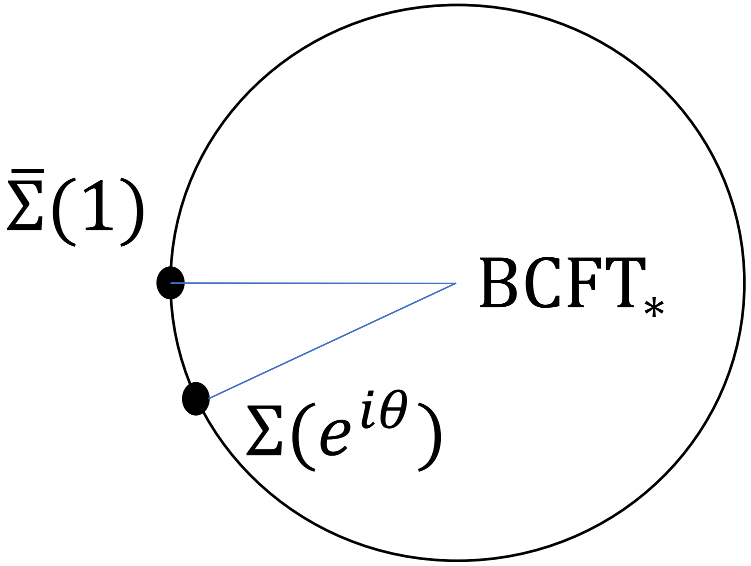
$$\lim_{s\to 0}\Sigma(s)\bar{\Sigma}(0)=\frac{g_0}{g_*}$$

となっている。まとめると

$$\bar{\Sigma}\Sigma=1,\qquad \Sigma\bar{\Sigma}=\text{finite}$$

が得られ、結合法則が破れる。

$$(\Sigma\bar{\Sigma})\Sigma\neq\Sigma(\bar{\Sigma}\Sigma)$$



bcc演算子

- 境界条件が異なると、その内部での単位元も異なる

BCFT_0 BCFT_0

BCFT_* BCFT_*

$$\bar{\Sigma}\Sigma(0) = 1 = \mathrm{id}_0$$

$$\Sigma\bar{\Sigma}(0) = \mathrm{id}_*$$

bcc演算子

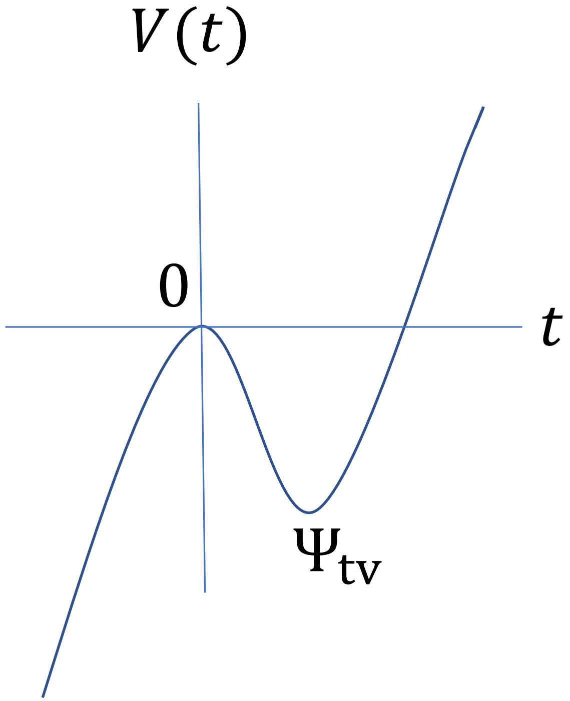
OPEは正則である。

$$\lim_{s \to 0} \bar{\sigma}(s)\sigma(0) = 1$$

この演算子で弦の場をはさむことで、境界条件が変わる。

$$\Psi_{\mathrm{tv}} \in \mathrm{BCFT}_*, \quad \bar{\sigma}\Psi_{\mathrm{tv}}\sigma \in \mathrm{BCFT}_0$$

タキオン真空



Witten型の弦の場の理論の作用は

$$S = -\frac{1}{g^2}\left[\frac{1}{2}\langle\Psi|Q_B|\Psi\rangle + \frac{1}{3}\langle\Psi|\Psi * \Psi\rangle\right]$$
$$= -\frac{1}{g^2}\mathrm{Tr}\left[\frac{1}{2}\Psi Q_B \Psi + \frac{1}{3}\Psi^3\right]$$

の作用で記述され、運動方程式は

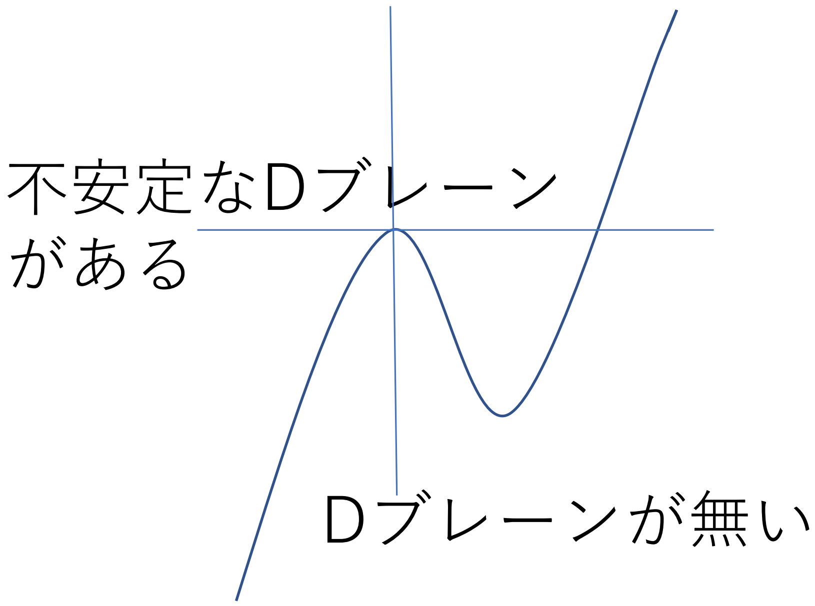
$$Q_B\Psi + \Psi^2 = 0$$

となる。この解を

$$\Psi = 0, \Psi_{\mathrm{tv}}$$

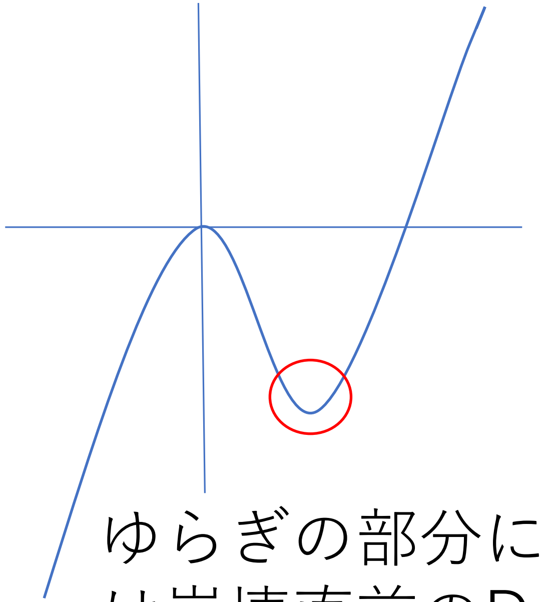
とおく。

タキオン真空



- 開弦の端はDブレーンに接続している
- 開弦はDブレーンから境界条件を受け取っている
- Dブレーンを変更することは、境界条件を変更することに他ならない
- $\Psi = 0$と$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}}$は同じ運動方程式の解であるが、まったく別のDブレーンを記述している

タキオン真空



ゆらぎの部分には崩壊直前のDブレーンがある

- 解を$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} + \Phi$として、タキオン真空の部分とゆらぎの部分に分解する
- 運動方程式に代入すると、Φに関して

$$Q_{\mathrm{tv}}\Phi + \Phi^2 = 0$$

を得る$\left(Q_{\mathrm{tv}} = Q_B + \{\Psi_{\mathrm{tv}}, \cdot\}\right)$

- $\Phi = -\Psi_{\mathrm{tv}}$とおけば上の式は成立するが、$\Psi_{\mathrm{tv}}$と$\Phi$は別々のDブレーンに属しているので、bcc演算子で境界条件をそろえる必要がある

$$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} + \Phi = \Psi_{\mathrm{tv}} - \Sigma\Psi_{\mathrm{tv}}\bar{\Sigma}$$

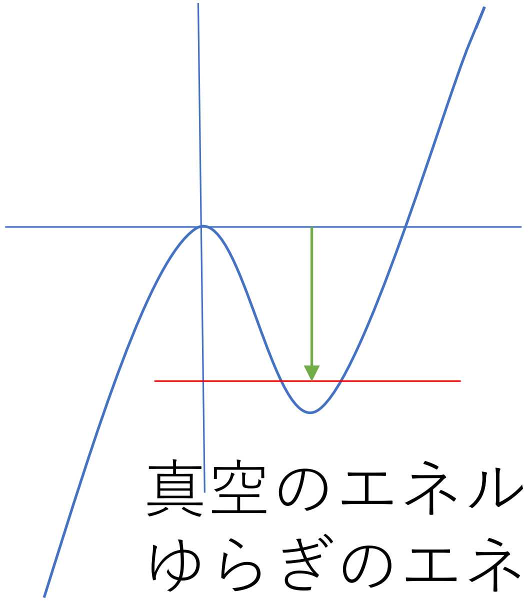
タキオン真空

解が求まったので、このときのエネルギーを計算する

$$E = -\frac{S}{\mathrm{Vol}(X^0)}$$

に$\Psi = \Psi_{\mathrm{tv}} + \Phi$を代入する

$$E = -\frac{1}{\mathrm{Vol}(X^0)}\left(\frac{g_0}{2\pi^2} + \mathrm{Tr}\left[\frac{1}{2}\Phi Q_{\mathrm{tv}}\Phi + \frac{1}{3}\Phi^3\right]\right)$$
$$= -\frac{1}{\mathrm{Vol}(X^0)}\left(\frac{g_0}{2\pi^2} + \frac{1}{6}\mathrm{Tr}[\Phi^3]\right)$$



真空のエネルギーとゆらぎのエネルギーの差になっていればよい

タキオン真空

$\Phi = -\Sigma\Psi_{\mathrm{tv}}\bar{\Sigma}$と$\bar{\Sigma}\Sigma = 1$を使って

$$\mathrm{Tr}[\Phi^3] = -\mathrm{Tr}[\Sigma\Psi_{\mathrm{tv}}^3\bar{\Sigma}] = -\mathrm{Tr}[\Psi_{\mathrm{tv}}^3]_{\mathrm{BCFT}_*} = -\frac{g_*}{2\pi^2}$$

より

$$E = -\frac{1}{\mathrm{Vol}(X^0)}\left(\frac{g_0}{2\pi^2} - \frac{g_*}{2\pi^2}\right)$$

これはタキオン真空とゆらぎのエネルギーの差になっている。

タキオン真空

作用を$\Psi=(\Psi_{\mathrm{tv}}+\Phi)+\Phi_0$のまわりで展開すると

$$S=\frac{g_0-g_*}{2\pi^2}-\mathrm{Tr}\left[\frac{1}{2}\Phi_0 Q_{\mathrm{tv}}\Phi_0+\frac{1}{3}\Phi_0^3\right]$$

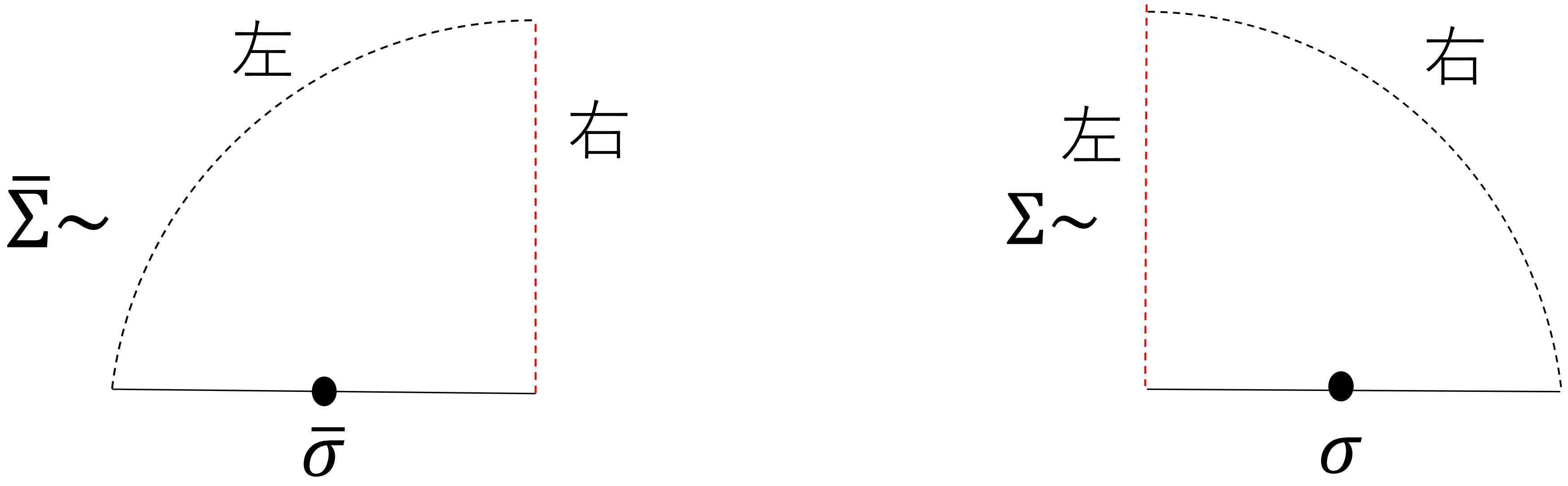
$\Phi_0=\Sigma\Phi_*\bar{\Sigma}$とおけば

$$S=\frac{g_0-g_*}{2\pi^2}-\mathrm{Tr}\left[\frac{1}{2}\Phi_* Q_B\Phi_*\ +\frac{1}{3}\Phi_*^3\right]_{\mathrm{BCFT}_*}$$

Dブレーンに寄らず、同じ形の作用で書ける。Background independenceである。

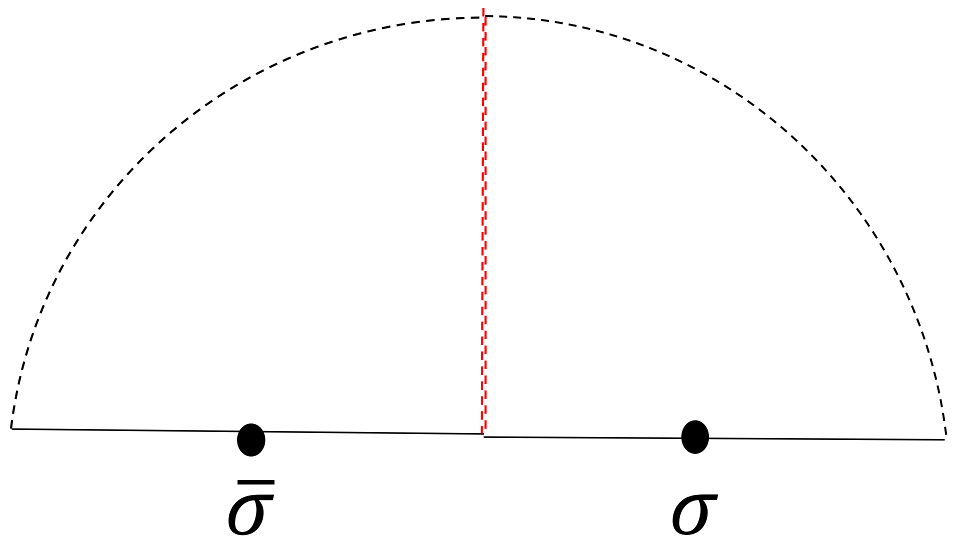
Flag状態

bcc演算子の図形として考えてみる



Flag状態

恒等式$\bar{\Sigma}\Sigma = 1$は、図で見ると



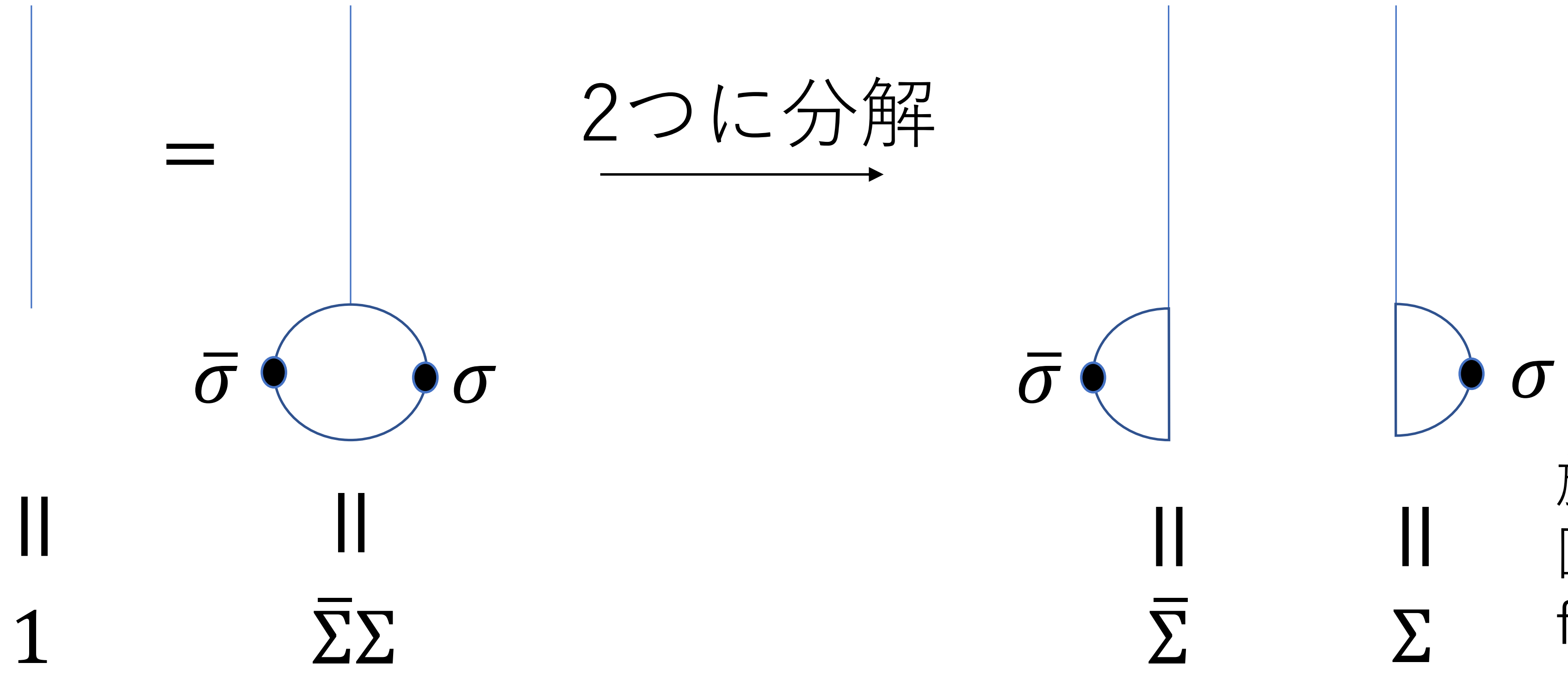
$\overset{?}{=}$

この恒等式が成り立つためは
・面積ゼロ
・$\bar{\sigma}\sigma$のOPEが正則
の条件が必要

単純に張り付けただけだと、1の形になってくれない。
Σや$\bar{\Sigma}$の形に工夫が必要

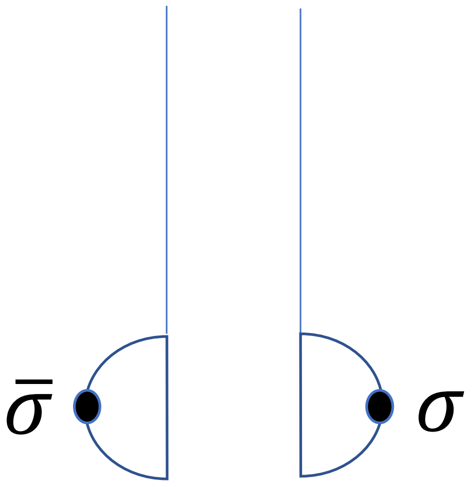
Flag状態

1の下に有限の領域を付け加え、そこでの二点関数を1とおく



旗のような図形なのでflag状態と呼ぶ

Flag状態



- 演算子が衝突しない
- 面積がなくならない
- $\Sigma\bar{\Sigma} \neq 1$も図形的に解決