

Duality Invariant Cosmology to all Orders in α'

Olaf Holm and Barton Zwiebach

arXiv: 1905.06963v2 [hep-th] 14Jun 2019

文献紹介 筑波大学
素粒子理論グループ M2 齊藤 海秀

目次

- Big Bang Cosmology
- T-duality
- Motivation
- Duality Invariant Cosmology (本編)
- Summary
- 今後の研究について

- **Cosmological Principle** - 宇宙は大域的スケールで空間的に一様等方

$$\rightarrow ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (\text{FLRW計量})$$

$$T_{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, p, p, p)$$

$a(t)$: scale factor

K : 現在の宇宙の空間曲率

ρ : 物質のエネルギー密度

p : 圧力

- **Einstein equation** $G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$ (Λ : cosmological constant)

$$\rightarrow \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (\text{Friedmann equation})$$

$$\dot{\rho} + 3 \frac{\dot{a}}{a} (\rho + p) = 0 \quad (\text{保存則})$$

- **状態方程式** $p = p(\rho)$

Friedmann 方程式の解法 (宇宙項優勢期)

Friedmann equation: $H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}$

$H(t) \equiv \frac{\dot{a}}{a}$; Hubble parameter

宇宙膨張が十分進めば ($a(t) \gg 1$)、必ず宇宙項優勢期になる。

$$H = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}} \equiv H_{\Lambda} \quad (\text{Hubble parameter は定数})$$

これを時間積分して、 $a(t) = \text{Const} \cdot e^{H_{\Lambda} t}$ (指数的膨張 **de Sitter宇宙**)

metricは($K = 0$ なら) $ds^2 = -dt^2 + C e^{2H_{\Lambda} t} \cdot \sum_{i=1}^3 (dx^i)^2$

C ; Constant

Big Bang Cosmology の初期宇宙描像

初期宇宙($a \ll 1$)は高温で放射優勢 状態方程式: $p = \frac{\rho}{3}$

→ 保存則を積分することで $\rho = \rho_r = \frac{\rho_{r0}}{a^4}$ (ρ_{r0} : 放射成分のエネルギー密度の現在値)

→ Friedmann equationから定まるDynamicsは

$$a(t) = \left(2 \sqrt{\frac{8\pi G \rho_{r0}}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{t}$$

$t \rightarrow 0$ で $a(t) \rightarrow 0$ この時刻で空間曲率 $\frac{K}{a^2}$, 物質の密度 $\rho_m = \frac{\rho_{m0}}{a^3}$ etc. が発散

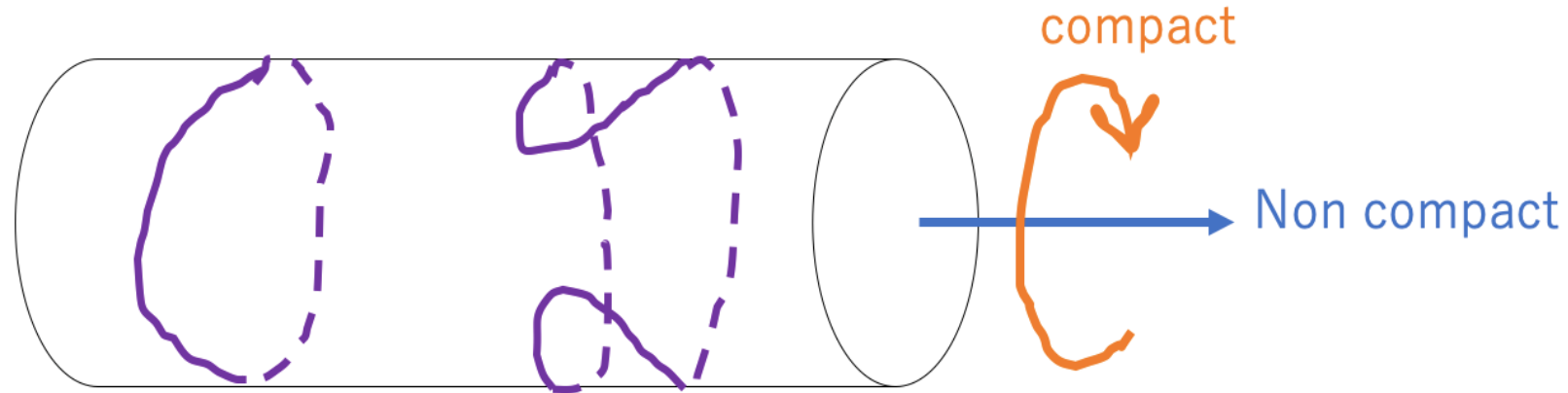
→ **Big Bang 特異点**が存在する

目次

- Big Bang Cosmology
- T-duality
- Motivation
- Duality Invariant Cosmology (本編)
- Summary
- 今後の研究について

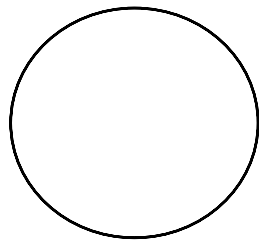
T-duality

弦にはコンパクト方向の運動量の他に、巻きつき数がある。



このことが次の様な双対性をもたらす。(T-duality)

Type IIA 理論 ($\mathbb{R}^{8,1} \times S^1$)



Compact radius R

T-dual

Type IIB 理論 ($\mathbb{R}^{8,1} \times S^1$)



Compact radius $\frac{\alpha'}{R}$

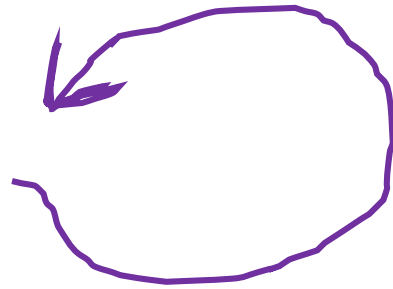
コンパクト化を T^d ($d \geq 2$) とする場合、T-dualityはより大きな群に含まれる。

Type II World sheet theory (NS-NS)
d次元Compact



$\alpha' \rightarrow 0$
(点粒子極限)

Type II super gravity (NS-NS)
d次元Compact



$O(d, d; \mathbb{R})$ $\begin{cases} B\text{場の} Shift \\ T-duality \end{cases}$

目次

- Big Bang Cosmology
- T-duality
- **Motivation**
- Duality Invariant Cosmology (本編)
- Summary
- 今後の研究について

Motivation

- 宇宙が加速膨張していることを発見 $\ddot{a}(t) > 0$ [Perlmutter, Schmidt, Riess (Nobel Prize 2011)]

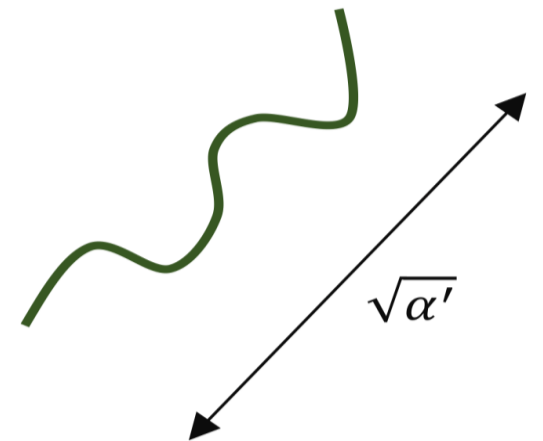
簡単には、宇宙には宇宙項 $\Lambda > 0$ が存在すると解釈できる。

- String theory から de Sitter 時空を実現することが難しい。 [Obied, Ooguri, Spodyneiko, Vafa]
- Double field theory (T-duality manifest) の Friedmann eq. から加速膨張解を発見 [Houwen Wu & Haitang Yang (2013)]



T-duality に望みがありそう。

DFT まで行かなくても、String effective theory の α' 高次補正を T-dual invariant に構成してみたらどうか??
というのが、今から紹介する論文



目次

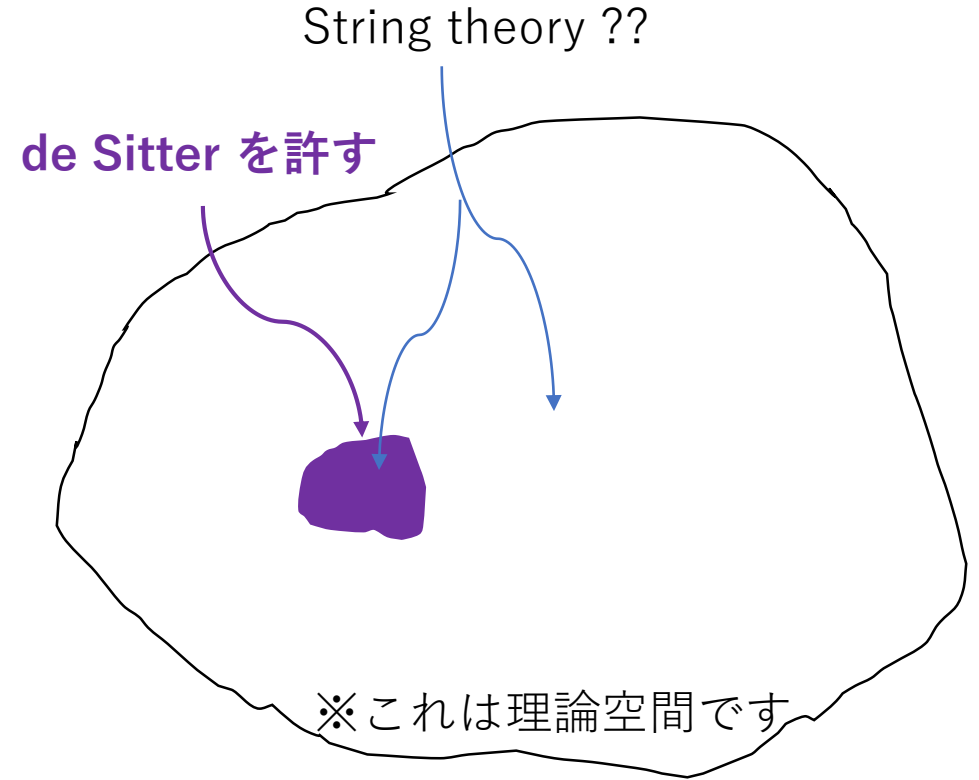
- Big Bang Cosmology
- T-duality
- Motivation
- Duality Invariant Cosmology (本編)
- Summary
- 今後の研究について

Abstract

Effective theory
のBosonic part
Action : I_0

すべての α' 補正を加える

T-dual invariant
Cosmological Ansatz



All order in α'
T-dual invariant
Cosmological な理論の空間
$$I = I_0 + \alpha' c_1 J_1 + \alpha'^2 c_2 J_2 + \dots$$

Set Up

- 背景時空 $D (= 1 + d)$ 次元 Curved

$$\mu, \nu, \dots = 0, 1, 2, \dots, d. \quad i, j, \dots = 1, 2, \dots, d$$

- Type II supergravity NS-NS sector

$$I_0 = \int d^D x \sqrt{-g} e^{-2\phi} (R^{(D)} + 4(\partial\phi)^2 - \frac{1}{12} H^2) \quad (H_{\mu\nu\rho} = 3\partial_{[\mu} b_{\nu\rho]})$$

• • • Type II 弦理論のNS-NSの
点粒子極限($\alpha' \rightarrow 0$) にあたる。

ϕ : dilaton, $g_{\mu\nu}$: 背景時空(D 次元)のmetric

$b_{\mu\nu}$: antisymmetric b-field.

- **Cosmological Ansatz** (空間方向のコンパクト化)

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -n(t)^2 & 0 \\ 0 & \Gamma(t) \end{pmatrix}, \quad b_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & b(t) \end{pmatrix}, \quad \phi = \phi(t)$$

$\Gamma(t), b(t)$; $d \times d$ matrix

$$I_0 = \int d^D x \sqrt{-g} e^{-2\phi} (R^{(D)} + 4(\partial\phi)^2 - \frac{1}{12} H^2)$$

$$\rightarrow I_0 = V_d \int dt n e^{-\Phi} \left(-(D\Phi)^2 - \frac{1}{8} \text{tr}(DS)^2 \right)$$

where $S \equiv \begin{pmatrix} b\Gamma^{-1} & \Gamma - b\Gamma^{-1}b \\ \Gamma^{-1} & -\Gamma^{-1}b \end{pmatrix}$ ($2d \times 2d$ matrix). $\Phi \equiv 2\phi - \log\sqrt{\det\Gamma}$

$$D = \frac{1}{n(t)} \frac{\partial}{\partial t} \quad \text{:時間方向の共変微分}$$

- **Effective ActionのSymmetry**

$$I_0 = V_d \int dt n e^{-\Phi} \left(-(D\Phi)^2 - \frac{1}{8} \text{tr}(DS)^2 \right)$$

Global $O(d, d; \mathbb{R})$ 変換 : $S \rightarrow h S h^{-1}$, $\Phi \rightarrow \Phi$

$$h \eta h^T = \eta. \quad \eta = \begin{pmatrix} 0 & 1_d \\ 1_d & 0 \end{pmatrix}$$

Time reparametrization : $t \rightarrow t - \lambda(t)$

- **$O(d, d)$ invariants**

$$(D^i \Phi)^n \quad \text{and} \quad \text{tr} \left[(D^i S)^n \cdots (D^k S)^p \right]$$

$O(d, d)$ invariant α' correction

- Notation

$$f(\{S\}, \{\Phi\}) = f(S, DS, D^2S, \dots; \Phi, D\Phi, D^2\Phi, \dots)$$

- Full Action

$$I = \sum_{k=0}^{\infty} I_k$$

$$I_k = \alpha'^k \int dt \, n \, e^{-\Phi} X_k(\{D\Phi\}, \{S\})$$

*次元解析から X_k は $2k + 2$ 個の微分を含む。

(Trick) $\Phi(t), S(t), n(t)$ を再定義することによって、 $k \geq 1$ で

$$I_k \rightarrow \alpha'^k \int dt \, n \, e^{-\Phi} X_k(DS) \mid_{\text{tr}(DS)^2=0, \text{tr}(DS)^{2m+1}=0}$$

とできる

$$I = \int dt \, n \, e^{-\Phi} \left(L_0 + \alpha' L_1 + \alpha'^2 L_2 + \alpha'^3 L_3 + \cdots \right)$$

$$L_0 = -(D\Phi)^2 - \frac{1}{8} \text{tr}(DS)^2$$

$$L_1 = a \, \text{tr}(DS)^4$$

$$L_2 = b \, \text{tr}(DS)^6$$

$$L_3 = c \, \text{tr}(DS)^8 + d \, \text{tr}(DS)^4 \, \text{tr}(DS)^4$$

↑
Multi trace

- Ansatz

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -n(t)^2 & 0 \\ 0 & \Gamma(t) \end{pmatrix}, \quad \Gamma(t) = a^2(t) 1_d \text{ (FLRW)}$$

$$b(t) = 0$$

宇宙のスケール(Scale factor)

$$S = \begin{pmatrix} b\Gamma^{-1} & \Gamma - b\Gamma^{-1}b \\ \Gamma^{-1} & -\Gamma^{-1}b \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & a^2(t) 1_d \\ a^{-2}(t) 1_d & 0 \end{pmatrix}$$

Multi traceはSingle traceの寄与と同じになる。

$$I = \int dt e^{-\Phi} \left(-\dot{\Phi}^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha'^{k-1} c_k \text{tr}(\dot{S}^{2k}) \right), \quad c_1 = -\frac{1}{8}$$

- α' corrected Friedmann equation

Full Corrected ActionのEoM を宇宙のスケール $a(t)$ で書く。

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)} \quad (\text{Hubble parameter 宇宙の膨張率})$$

$$\frac{d}{dt} \left(e^{-\Phi} f(H) \right) = 0$$

$$\ddot{\Phi} + \frac{1}{2} H f(H) = 0$$

$$\dot{\Phi}^2 + g(H) = 0$$

$$f(H) = 4d \sum_{k=1}^{\infty} (-\alpha')^{k-1} 2^{2k} k c_k H^{2k-1}$$

$$g(H) = 2d \sum_{k=1}^{\infty} (-\alpha')^{k-1} 2^{2k} (2k-1) c_k H^{2k}$$

Non perturbative de Sitter solution

de Sitter solution $\leftrightarrow H(t) = H_0 (= \text{constant})$

$$\frac{d}{dt} \left(e^{-\Phi} f(H_0) \right) = 0$$

$$\ddot{\Phi} + \frac{1}{2} H_0 f(H_0) = 0$$

$$\dot{\Phi}^2 + g(H_0) = 0$$



$$\dot{\Phi} = 0$$

$$f(H_0) = 0$$

$$g(H_0) = 0$$

例えば $c_k = -\frac{1}{(2k!)2^{2k}}$ という理論では、 $f(H) = -\frac{2d}{\sqrt{\alpha'}} \sin(\sqrt{\alpha'} H)$

$$g(H) = -\frac{2d}{\alpha'} \left(\sqrt{\alpha'} H \sin(\sqrt{\alpha'} H) + \cos(\sqrt{\alpha'} H) - 1 \right)$$

Friedmann eq. の解は存在し、

$$\sqrt{\alpha'} H_0 = 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \neq 0$$

$$\Phi = \text{constant}$$

しかし、今までの解析は全て **String frame** $I = \int dx^D \sqrt{-g} e^{-2\phi} (R^{(D)} + \dots)$

観測的な予言を与えるには、**Einstein frame** $I = \int dx^D \sqrt{-G} (R_E^{(D)} + \dots)$ に移るべき。

$$g_{\mu\nu} \rightarrow G_{\mu\nu} = e^{-\frac{4\phi}{D-2}} g_{\mu\nu} \quad \text{で移れる。}$$

$$H'_E(t') = -\frac{1}{d-1} (a(t))^{\frac{d}{d-1}} e^{\frac{\Phi}{d-1}} (\dot{\Phi} + H)$$

明らかにString frame でのde Sitter 解は、Einstein frameではde Sitter ではない。。。

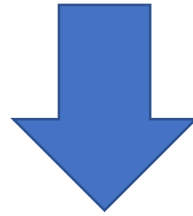
ちょっと残念

目次

- Big Bang Cosmology
- T-duality
- Motivation
- Duality Invariant Cosmology (本編)
- **Summary**
- 今後の研究について

Summary

$O(d, d)$ invariance, FLRW Ansatz, $b_{\mu\nu} = 0$ を要請し、
String effective theory の全ての α' correctionを限定。



α' についてNon perturbative な無数の理論
その中に de Sitter vacuaを発見 (多分いくらかある)

- * string theory の位置はわからない。
- * Einstein frame では、de Sitterではない。

目次

- Big Bang Cosmology
- T-duality
- Motivation
- Duality Invariant Cosmology (本編)
- Summary
- 今後の研究について

- dSに次いで、AdS vacua の存在はすぐに示された

Are nonperturbative AdS vacua possible in bosonic string theory?

[Peng Wang, Houwen Wu, Haitang Yang] (23 Aug 2019)

- 今後やられるであろう仕事： Einstein frame における de Sitter vacua の探索
拘束 $\frac{dH'_E(t')}{dt} = 0$ を課す。

- 個人的な興味： $D = 1 + 3 + 6$ と分解

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -n(t)^2 & 0 & 0 \\ 0 & a(t)^2 1_3 & 0 \\ 0 & 0 & b(t)^2 1_6 \end{pmatrix}$$

$a(t)$ がde Sitterで、 $b(t)$ がstableな理論は存在するか??

何か面白い応用を思いついた方は教えてください!!

Backup slides

- strategy – 場の再定義

$(k-1)$ 次までが、簡約されていたとする。 $(k \geq 2)$

DilatonのEoM (Zeroth order in α'): $E_\Phi(D^2\Phi, D\Phi, DS) = 0$

場を再定義: $\Phi \rightarrow \Phi + \alpha'^k \delta\Phi$

$$\delta I_0 = \alpha'^k \int dt n e^{-\Phi} \delta\Phi E_\Phi$$

$$I_k \rightarrow \alpha'^k \int dt n e^{-\Phi} (X_k + \delta\Phi E_\Phi(D^2\Phi, D\Phi, DS))$$

$\delta\Phi$ を X_k の2階微分をキャンセルする様にとる。

この方法で高階微分も消せて $I_0 \sim I_{k-1}$ を保ち $I_k \rightarrow \alpha'^k \int dt n e^{-\Phi} X_k(D\Phi, \{DS\})$

* 他のも同様