Journal club 2017/05/19 by 石塚

# Chiral Extrapolation of the $\rho$ (770) meson in Nf=2+1 Lattice QCD Simulations

by B. Hu, R. Molina, M. Döring, M. Mai, A. Alexandru

arXiv:1704.06248

#### UCHTP (unitarized CHPT) による chiral fit

( CHPT + inverse amplitude method )

解析Data: これまで行われた lattice計算

参考:

- [1] Meson-meson interaction in a nonperturbative chiral approach. by J.A. Oller, E. Oset, J.R. Pelaez PRD59(1999)0074001 [UCHPTの解説]
- [2] Two-Flavor Simulation of ρ (770) and the Role of the KK Channel. by B. Hu, R. Molina, M. Döring, M. Mai, A. Alexandru PRL117(2016)122001

[Nf=2 data の解析、KK channel の効果の見積もり]

# Resonance parameters from lattice

energy spectrum in I=1  $\pi \pi$  system

- => scattering phase shift by Lüscher's method
- => resonance parameters ( $\Gamma$ , m)



#### pmeson mass の問題



full : Nf=2+1, open : Nf=2

ρ meson mass :

Nf=2 < Nf=2+1

KK channel (E=1GeV)の効果?

# UCHPT による Nf=2 の解析



From Nf=2 to Nf=2+1 by

 $l_1, l_2$  を lattice data (Nf=2) から決める。

 $L_3, L_5$  を実験から決める。

# 全 lattice data (Nf=2)を使った解析



# UCHPTの解説 [1] PRD59(1999)0074001

SC amp: T [ resonance mass で pole をもつ ]  $T \sim 1/(E^2 - M^2 + iM\Gamma)$ 

CHPT だと  $T = p^2 + p^4 + \cdots$ 

resonance 付近まで使えない

 $T^{-1} (\sim E^2 - M^2 + iM\Gamma)$ 

の展開形式にすれば収束がよくなる

以後、2つの 2状態系を考える $[m_{1n}+m_{2n}]$  $T_{in}: 2 \times 2$ , symmetric

Unitarity :

$$ImT_{ij} = \sum_{n} T_{in} \sigma_{nn} T_{ni}^{*} , \quad \sigma_{nn} = -\frac{k_n}{8\pi\sqrt{s}} \Theta(s - (m_{1n} + m_{2n})^2)$$
  
=>  $\sigma = -ImT^{-1}$   
 $T = [ReT^{-1} - i\sigma]^{-1}$ 

$$T = T_2 + T_4 + \cdots$$
  
 $T_2 : O(p^2)$  in CHPT  $T_4 : O(p^4)$  in CHPT  
 $(T_2 = T_2^*)$ 

$$T = [\operatorname{Re}T^{-1} - i\sigma]^{-1}$$

=> 
$$T = T_2 [T_2 \text{Re}T^{-1}T_2 - iT_2\sigma T_2]^{-1}T_2$$
  
 $T_2 \text{Re}T^{-1}T_2 = T_2 - \text{Re}T_4 + \cdots$  <=  $T^{-1} = T_2^{-1}[1 - T_4T_2^{-1} + \cdots]$   
 $\text{Im}T_4 = T_2\sigma T_2$  <= 元々の unitarity の式

$$\Rightarrow T = T_2 [T_2 - T_4]^{-1} T_2$$

$$G_{nn}(s) \equiv i \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} \frac{1}{q^2 - m_{1n}^2 + i\epsilon} \frac{1}{(P-q)^2 - m_{2n}^2 + i\epsilon}$$
$$\operatorname{Im}G_{nn}(s) = \sigma_{nn}(s) \qquad \left(\sigma_{nn} = -\frac{k_n}{8\pi\sqrt{s}}\Theta(s - (m_{1n} + m_{2n})^2)\right)$$

近似:  $\operatorname{Re}T_4 = T_4^P + T_2\operatorname{Re}GT_2$ 

 $T_4^P$ : tree level in  $O(p^4)$  CHPT 2nd term =  $T_2$ ·[S-channel 1-loop]· $T_2$ U, T-channel loop は小さいと思って落とす loop と取り入れた構成は議論されているが、 紹介論文の解析では上の近似の元で解析した。

 $T = T_2 \left[ T_2 - T_4 \right]^{-2} T_2$ 

=> 
$$T = T_2 [T_2 - T_4^P - T_2 G T_2]^{-1} T_2$$

今の問題の場合は:

$$n = 1: \pi\pi$$
  $\rho$ は dynamical に作る。  
 $n = 2: KK$  fundamental particle と考えない。  
あくまで T-matrix の pole と考える。

$$T = T_2 \left[ T_2 - T_4^P - T_2 G T_2 \right]^{-1} T_2$$

$$T_2 = - \begin{pmatrix} 2p_1^2/(3f_\pi^2) & \sqrt{2}p_2p_1/(3f_Kf_\pi) \\ " & 2p_2^2/(3f_\pi^2) \end{pmatrix}$$

$$T_4^P = - \begin{pmatrix} 8p_1^2(2\hat{l}_1^2M_\pi^2 - \hat{l}_2E^2)/(3f_\pi^4) & 8p_1p_2(L_5(M_K^2 + M_\pi^2) - L_3E^2)/(3\sqrt{2}f_K^2f_\pi^2) \\ & 4p_2^2(10\hat{l}_1^2M_K^2 + 3(L_3 - 2\hat{l}_2)E^2)/(9f_K^4) \end{pmatrix}$$

$$T_{ij} = -\frac{8\pi E}{2i\sqrt{p_i p_j}} (S_{ij} - \delta_{ij})$$

$$S = \begin{pmatrix} \eta e^{2i\delta_1} & i(1 - \eta^2)^{1/2} e^i(\delta_1 + \delta_2) \\ i(1 - \eta^2)^{1/2} e^i(\delta_1 + \delta_2) & \eta e^{2i\delta_2} \end{pmatrix}$$

Fitting lattice data ( $\delta$ ) => LEC :  $\hat{l}_1$ ,  $\hat{l}_2$ ,  $L_3$ ,  $L_5$ 

=>  $m_{\rho}, g_{\rho\pi\pi}$  by BW fit of  $\delta$  at physical point

# 全 lattice data (Nf=2+1)を使った解析



<u>10</u>



- ・実験とずれている
- ・ overlap 領域がない cf. Nf=2 case

しかし、昔の計算を外せば、 ほぼ overlap しているとも言える。

Nf=2+1 から KK channel を除く



青点 : 実験 赤線 : Nf=2+1 青線 : Nf=2 の推測

	g	$m_{ ho} \ ({\rm MeV})$	g'	$m'_{ ho} \ ({ m MeV})$
Wilson15	6.23	768.0	6.19	746.4
Bulava16	6.27	772.1	6.26	742.1
Bulava15	6.36	769.8	6.24	739.4
Aoki11	6.51	790.7	6.28	774.8

ずれが小さい cf. Nf=2 case (ずれ = 40MeV 程度)

# まとめ

Nf=2 data

実験値と合っている

Nf=2+1 data

 $m_{
ho}, g_{
ho\pi\pi}$ :実験値とほぼ合っている $\hat{l}_1, \hat{l}_2$ :実験値と合っていない

問題点:

Unitarized CHPT の信頼性

Loop 効果、energy の適応限界

個人的には: 無理やり T = 1/(p<sup>2</sup> - m - i G) と作った様にしか見えない

他の effective theory も使ってみたい