Proton mass decomposition

arXiv:1710.09011v1

賀数　淳平

Introduction

陽子についてのいろいろな謎

例

陽子の荷電半径：なぜ２つの実験で7σ(4%)も異なるのか

陽子のスピン問題：クォークスピンの寄与が非常に小さい

陽子の質量起源：相互作用が陽子の質量にどれだけ寄与しているか

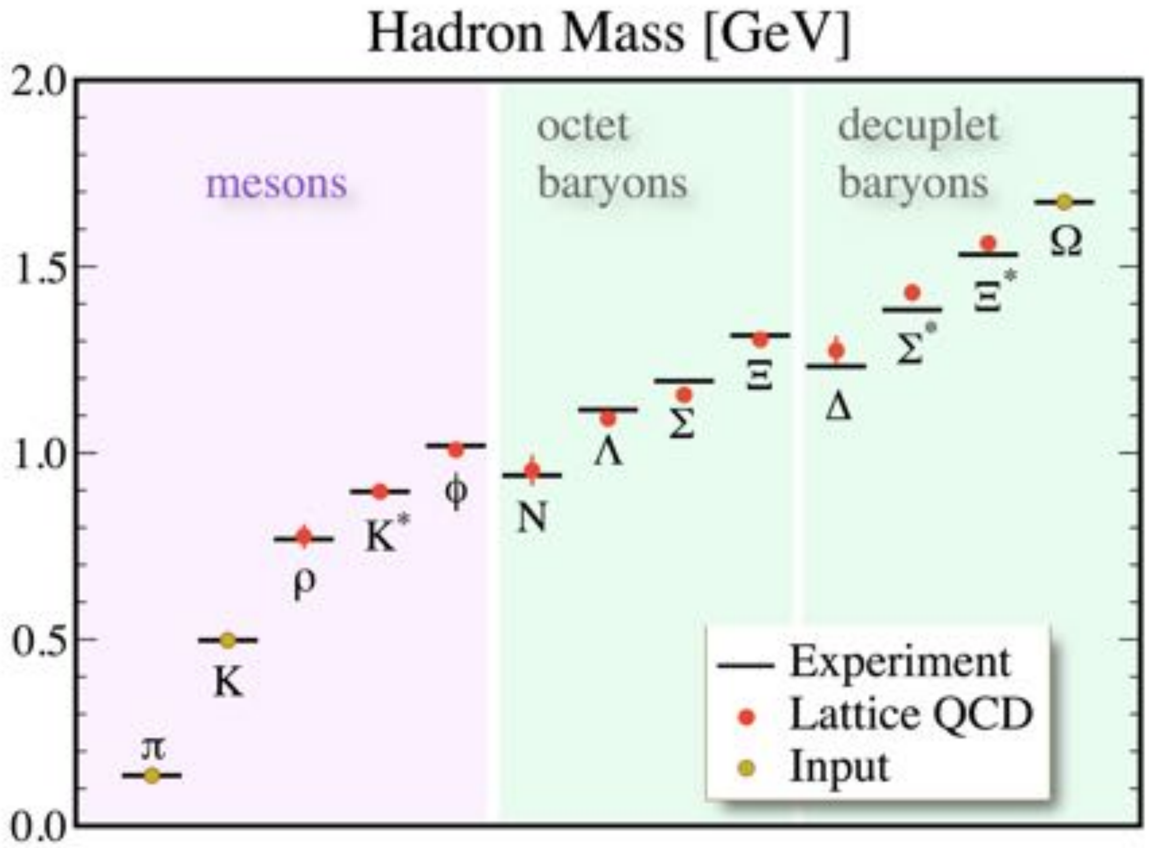
etc…

Introduction

ハドロン
→クォーク＋グルーオン

クォーク質量：数MeV

核子質量：938MeV



相互作用の効果が非常に大きい！
→クォークーグルーオンの相互作用や陽子の中でのグルーオンの自己相互作用がどれだけ陽子質量に関わるか？

Introduction

色々わからない陽子の第一原理計算

陽子の荷電半径：誤差は大きいが2つの実験値と無矛盾

arXiv:1710.10782

陽子のスピン問題：誤差は大きいがJ_N=1/2を再現

PRL 119, 142002 (2017)

陽子の質量起源：？

arXiv:1710.09011v1

Mass decomposition

Phys. Rev. Lett. 74, 1071 (1995)

エネルギー運動量テンソル(EMT in Euclidean space)

$$T^q_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\bar{\psi}(\gamma_\mu D_\nu + \gamma_\nu D_\mu)\psi - \delta_{\mu\nu}\bar{\psi}(\gamma_\rho D_\rho - m)\psi$$

$$T^g_{\mu\nu} = F_{\mu\rho}F_{\rho\nu} - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}F^2$$

$$T_{\mu\nu} = T^g_{\mu\nu} + T^q_{\mu\nu} \quad \to \quad H_{QCD} = -\int d^3x T_{44}(\vec{x})$$

陽子の質量： $-M = \dfrac{\langle P \left| \int d^3x T_{44}(\vec{x}) \right| P \rangle}{\langle P|P \rangle} \equiv \langle T_{44} \rangle$

※規格化条件：$\langle P|P\rangle = \frac{E}{M}(2\pi)^3\delta^3(\vec{0})$

Mass decomposition

EMTをtraceless partとtrace partに分解

$$T_{\mu\nu} = \bar{T}_{\mu\nu} + \hat{T}_{\mu\nu}$$

行列要素は以下の通り(Peskin 18.5 p.630, p.642)

$$\langle P|T_{\mu\nu}|P\rangle = -P_\mu P_\nu/M$$

$$\langle P|\hat{T}_{\mu\nu}|P\rangle = -\frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}M \quad \langle P|\bar{T}_{\mu\nu}|P\rangle = -\frac{1}{M}\left(P_\mu P_\nu - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}M^2\right)$$

以上から陽子の質量は以下のように分解できる

$$\langle\hat{T}_{44}\rangle = -\frac{1}{4}M \qquad \langle\bar{T}_{44}\rangle = -\frac{3}{4}M$$

Mass decomposition

traceless part → quark part とgluon partに分解

$$\bar{T}_{\mu\nu} = \bar{T}^{g}_{\mu\nu} + \bar{T}^{q}_{\mu\nu}$$

行列要素は以下の通り(Peskin 18.5, p.642)

$$\langle P|\bar{T}^{f}_{\mu\nu}|P\rangle = -\frac{\langle x\rangle_f(\mu)}{M}\left(P_\mu P_\nu - \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}M^2\right), (f = q, g)$$

Momentum fraction (Peskin 17.3-17.5) : $\langle x\rangle_f(\mu)$

$$\langle x\rangle_f(\mu) = \int_0^1 dx \quad x f_f(x,\mu)\ , \sum_{f=q,g}\langle x\rangle_f(\mu) = 1$$

よって traceless part の質量の寄与は以下の通り

$$\langle\bar{T}^{f}_{44}\rangle = -\frac{3}{4}M\langle x\rangle_f(\mu)$$

Mass decomposition

trace partについて

トレースアノマリー (Peskin 19.5)

$$\hat{T}_{\mu\nu} = \frac{1}{4}\delta_{\mu\nu}\left\{-(1+\gamma_m)m\bar{\psi}\psi + \frac{\beta(g)}{g}(E^2+B^2)\right\}$$

$$\hat{T}_{44} = \frac{1}{4}\left\{-(1+\gamma_m)m\bar{\psi}\psi + \frac{\beta(g)}{2g}(E^2+B^2)\right\} \qquad \bar{T}_{44} = \frac{1}{2}(E^2-B^2) + \bar{\psi}(\gamma_4 D_4)\psi + \frac{1}{4}m\bar{\psi}\psi$$

以上よりHamiltonianは以下のように分解できる

$$H_{QCD} = -\int d^3x T_{44}(\vec{x}) = H_q + H_g + H_m^\gamma + H_g^a$$

$$H_q = \int d^3x \bar{\psi}(\gamma_4 D_4)\psi \qquad H_m^\gamma = \int d^3x \frac{1}{4}\gamma_m m\bar{\psi}\psi$$

$$H_g = \int d^3x \frac{1}{2}(B^2 - E^2) \qquad H_g^a = \int d^3x \frac{-\beta(g)}{4g}(E^2+B^2)$$

Mass decomposition

さらにクォーク場の運動方程式を用いてH_qを書き直すと

$$H_E = \int d^3x \bar{\psi}(\vec{\gamma} \cdot \vec{D})\psi \quad H_m = \int d^3x m \bar{\psi}\psi$$

$$H_E + H_m = H_q$$

陽子の質量は以下の要素に分解できる

$$\begin{aligned} M = -\langle T_{44} \rangle &= \langle H_q \rangle + \langle H_g \rangle + \langle H_a \rangle + \langle H_m^\gamma \rangle \\ &= \langle H_E \rangle + \langle H_m \rangle + \langle H_g \rangle + \langle H_a \rangle, \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}M = -\langle \hat{T}_{44} \rangle = \frac{1}{4}\langle H_m \rangle + \langle H_a \rangle$$

※但し $H_g^a + H_m^\gamma = H_a$

set up

2+1 Domain Wall (sea quarks)

Symbol	$L^3 \times T$	a (fm)	$m_s^{(s)}$	m_π	N_{cfg}
24I	$24^3 \times 64$	0.1105(3)	120	330	203
32I	$32^3 \times 64$	0.0828(3)	110	300	309
32ID	$32^3 \times 64$	0.1431(7)	89.4	171	200
48I	$48^3 \times 96$	0.1141(2)	94.9	139	81

$m_\pi L > 3.8$

Overlap (valence quarks)

$m_\pi \in (250, 400)\mathrm{MeV}$ 5 quark masses on the 24I and 32I

$m_\pi \in (140, 400)\mathrm{MeV}$ 6 quark masses on the 32ID and 48I

HYP smearing (5 steps)

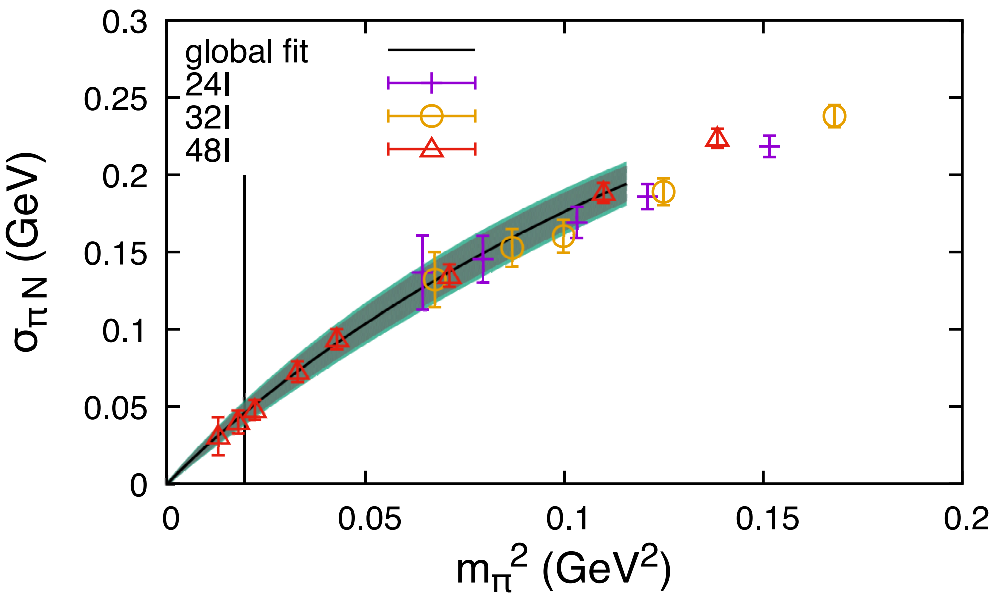
※Gradient flow 未使用

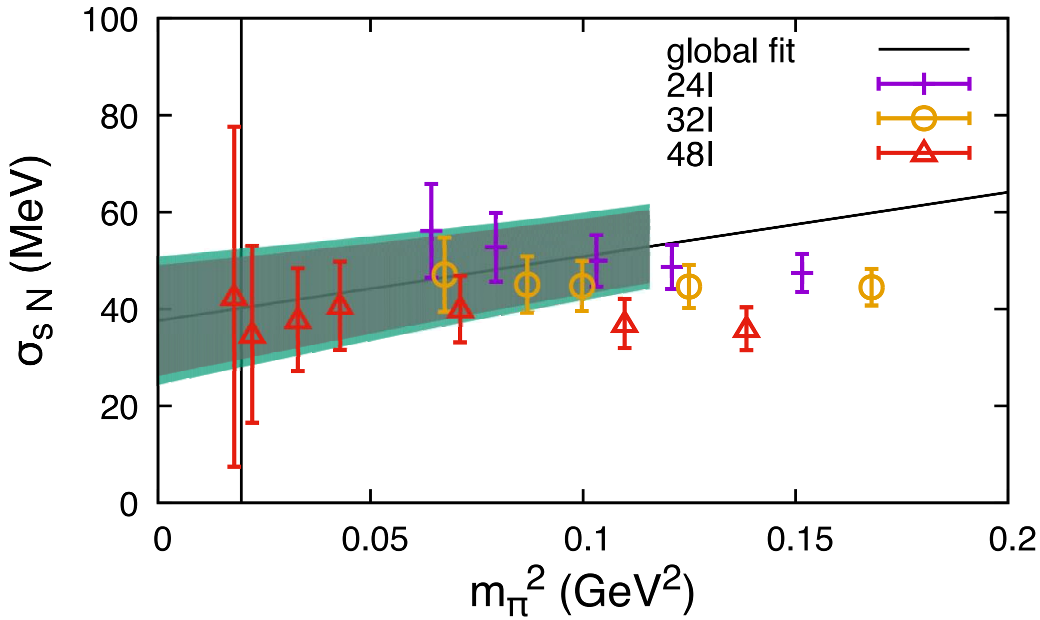
※MS bar (2GeV)での結果

Result

クォーク質量の寄与 $\langle H_m \rangle$

Phys. Rev. D 94, 054503 (2016)





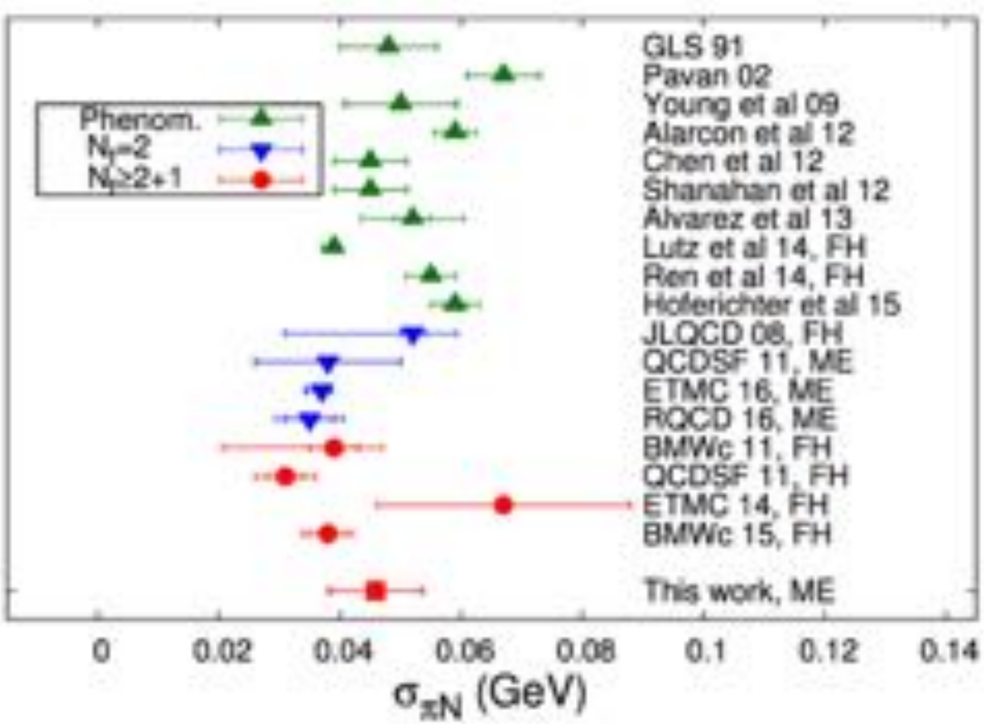
ここでは、σ項の計算結果を流用している

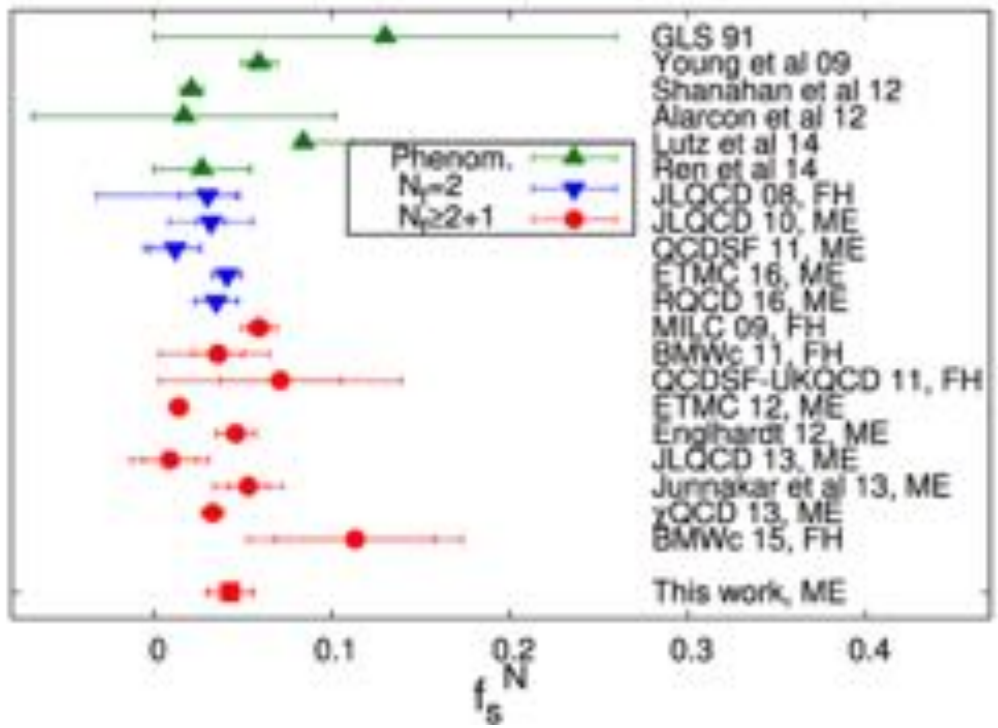
$$\sigma_{\pi N} \equiv \hat{m} \langle N | \bar{u}u + \bar{d}d | N \rangle$$

$$\sigma_{sN} \equiv m_s \langle N | \bar{s}s | N \rangle, \qquad f_s^N = \frac{\sigma_{sN}}{m_N}.$$

Result

クォーク質量の寄与





クォーク質量の寄与

〈H_m〉/M =(45.9+40.2)/938=0.09(2)

QCD アノマリーの寄与は自動的に決まる　〈H_a〉/M =0.23(1)

Result

Longitudinal momentum fraction

$$R(t_f, t) \quad = \quad \frac{\langle 0| \int d^3y \Gamma^e \chi(\vec{y}, t_f) \mathcal{O}(t) \sum_{\vec{x}\in G} \bar{\chi}_S(\vec{x}, 0)|0\rangle}{\langle 0| \int d^3y \Gamma^e \chi(\vec{y}, t_f) \sum_{\vec{x}\in G} \bar{\chi}_S(\vec{x}, 0)|0\rangle}$$

χ: standard proton interpolation field

$\tilde{\chi}_s$: gaussian smearing field

Γ^e:unpolarized projection operator

traceless diagonal part

$$\langle x\rangle^{\mathrm{tr}}_{q,g} \quad \equiv \quad \frac{\mathrm{Tr}[\Gamma^e \langle N|\frac{4}{3}\bar{T}^{q,g}_{44}|N\rangle]}{M\mathrm{Tr}[\Gamma^e\langle N|N\rangle]},$$

$$\bar{T}^q_{44} \quad = \quad \int d^3x \bar{\psi}(x)\frac{1}{2}(\frac{3}{4}\gamma_4 \overleftrightarrow{D}_4 - \frac{1}{4}\sum_{i=1,2,3}\gamma_i \overleftrightarrow{D}_i)\psi(x), \quad \bar{T}^g_{44} = \int d^3x \frac{1}{2}(B(x)^2 - E(x)^2),$$

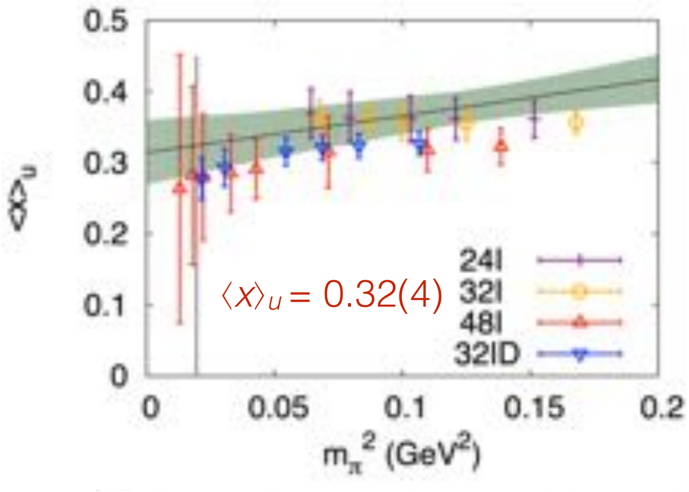
off-diagonal part

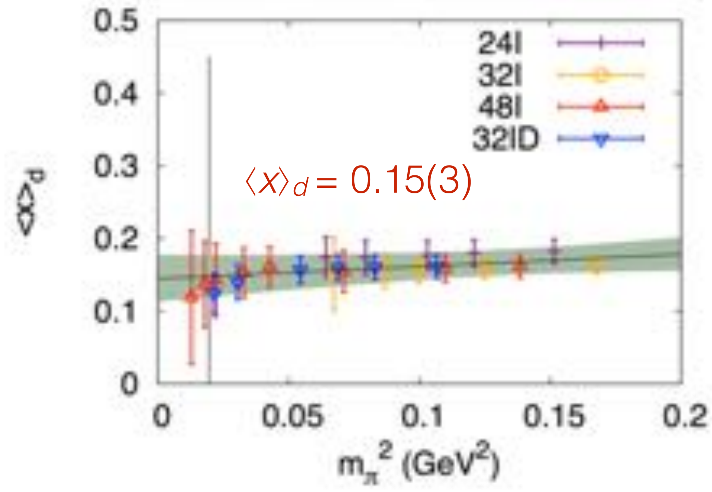
$$\langle x\rangle^{\mathrm{off}}_{q,g} \quad \equiv \quad \frac{\mathrm{Tr}[\Gamma^e\langle P|T^{q,g}_{4i}|P\rangle]}{P_i \mathrm{Tr}[\Gamma^e\langle P|P\rangle]}$$

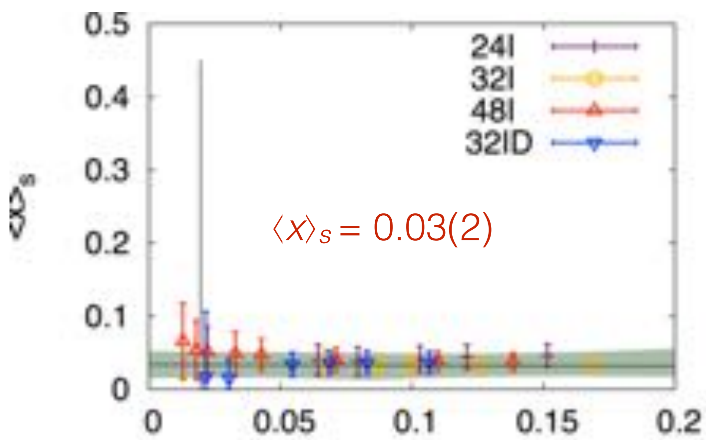
$$T^q_{4i} \quad = \quad \int d^3x \bar{\psi}(x)\frac{1}{4}\gamma_{\{4}\overleftrightarrow{D}_{i\}}\psi(x), \quad T^g_{4i} = \int d^3x \epsilon_{ijk}E_j(x)B_k(x).$$

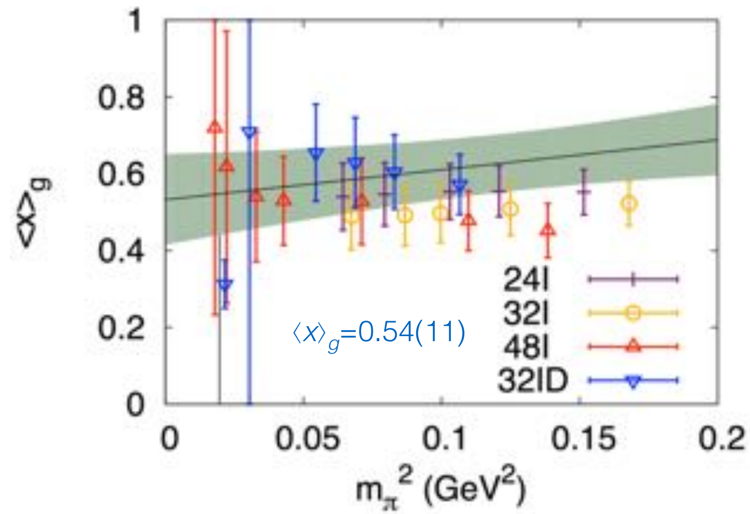
Result

Longitudinal momentum fraction







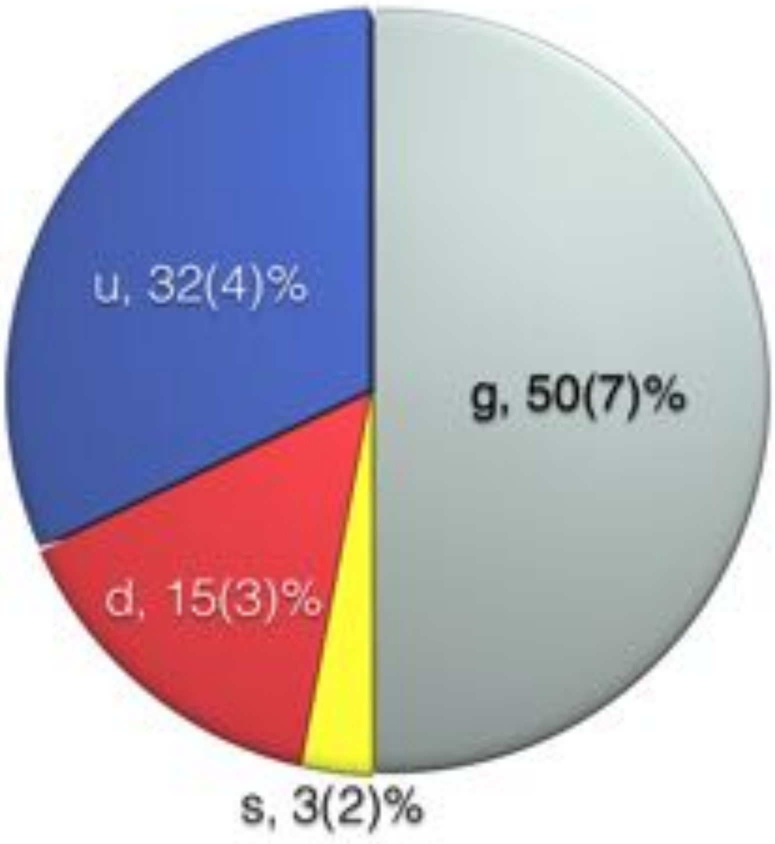


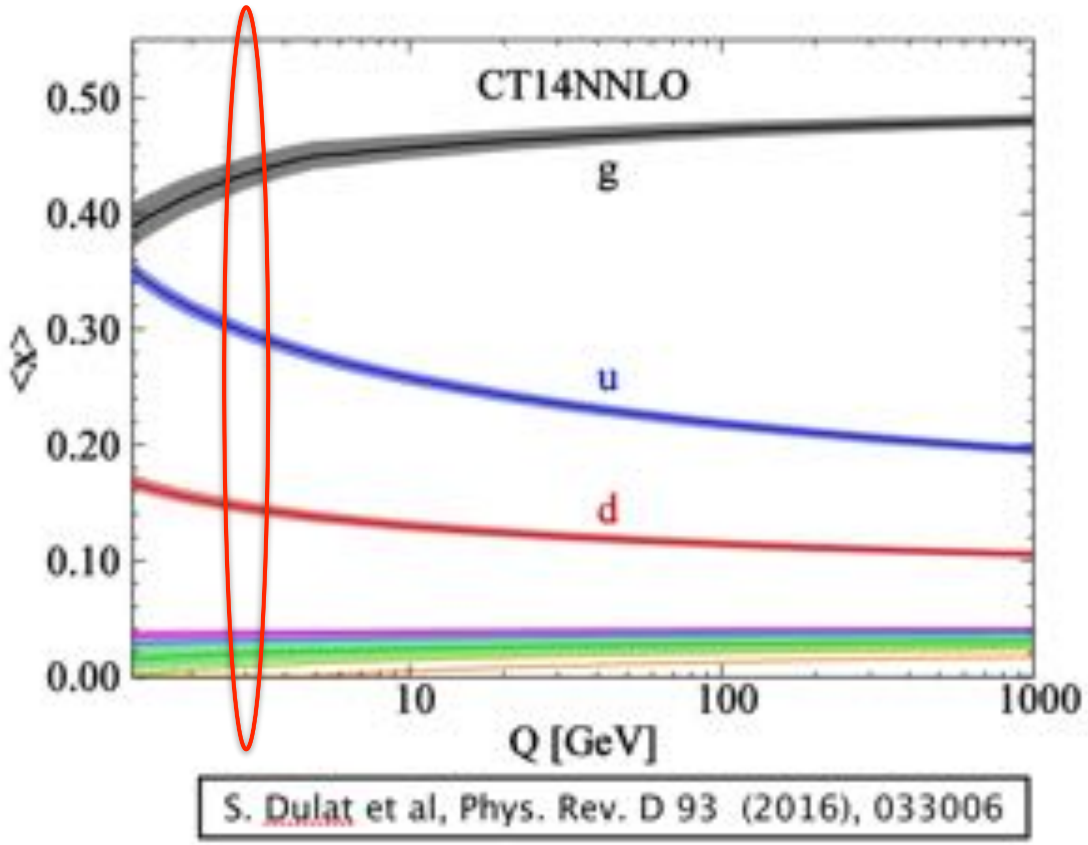
※繰り込みスケールが異なるのでoperator mixingの解析が必要

Result

operator mixing analysisした結果

arXiv: 1612.02855





Momentum fraction は実験値と概ね一致

Result

Longitudinal momentum fraction

→クォークやグルーオンのエネルギー

クォークのエネルギーの寄与

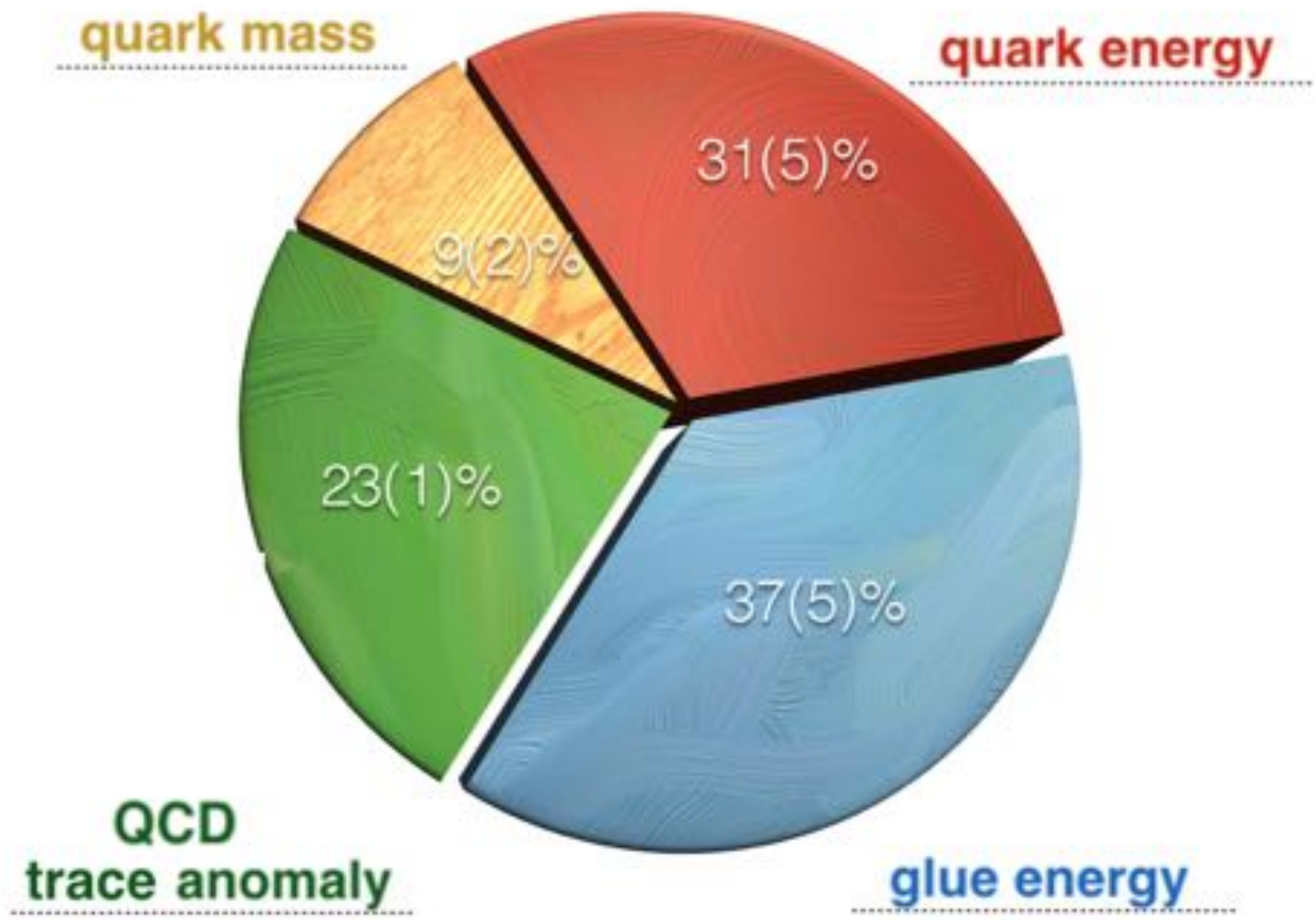
$$\langle H_E \rangle = \frac{3}{4}\langle x \rangle_q M - \frac{3}{4}\langle H_m \rangle$$ → $\langle H_E \rangle / M = 0.31(5)$

グルーオンのエネルギーの寄与

$$\langle H_g \rangle = \frac{3}{4}\langle x \rangle_g M$$ → $\langle H_g \rangle / M = 0.37(5)$

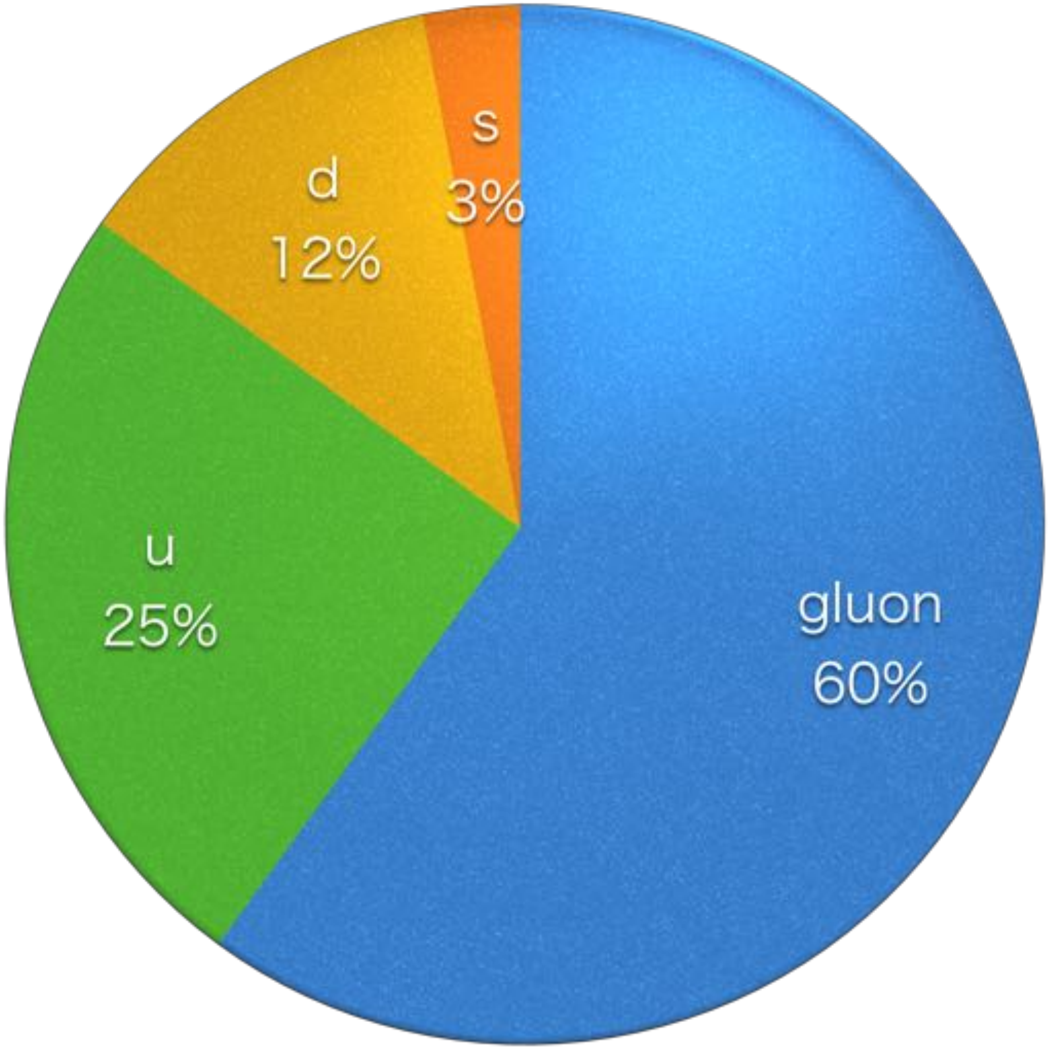
Result

Hamiltonianのタイプ別の寄与



Result

粒子別の寄与



クォークの寄与は

$\langle H_E \rangle + \langle H_m \rangle$

グルーオンの寄与は

$\langle H_g \rangle + \langle H_a \rangle$

で見積もった

Summary

Lattice QCDで陽子の質量起源を複数の格子間隔、

π中間子質量(殆ど物理点での値も含む)の下で計算した

寄与は以下の通り

$\langle H_g \rangle / M = 0.37(5)$　　$\langle H_a \rangle / M = 0.23(1)$

$\langle H_E \rangle / M = 0.31(5)$　　$\langle H_m \rangle / M = 0.09(2)$

※重いクォークの効果を入れていない

PS/Vメソンも同様の解析を行っている　　Phys Rev D.91.074516 back up

Result

$$\begin{pmatrix} \mathcal{T}_Q^{\overline{\rm MS}} \\ \mathcal{T}_G^{\overline{\rm MS}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.0202 & 0.0123N_f \\ 0.1565 & 2.08(25) - 0.0239N_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{T}_Q^{lat} \\ \mathcal{T}_G^{lat} \end{pmatrix} + O(g^4),$$

the off-diagonal part of $\overline{\mathcal{T}}^{\mu\nu}$

$$\begin{pmatrix} \mathcal{T}_Q^{\overline{\rm MS}} \\ \mathcal{T}_G^{\overline{\rm MS}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.0175 & -0.0069N_f \\ 0.1528 & 1.84(18) - 0.0239N_f \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{T}_Q^{lat} \\ \mathcal{T}_G^{lat} \end{pmatrix} + O(g^4),$$

the traceless diagonal part