文献紹介 2014 / 7 / 25

$\Lambda_c N$ bound states revisited

Yan-Rui Liu , Makoto Oka

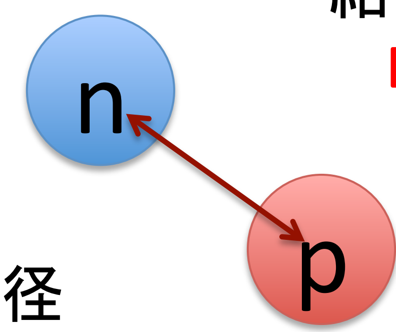
Phys. Rev. D85, 014015 (2012)

論文の動機・主張

2核子系の束縛状態

（例） 重陽子 （ 陽子 ＋ 中性子 ）

結合エネルギー
E = 2.2 MeV



核半径
r = 1.95 fm

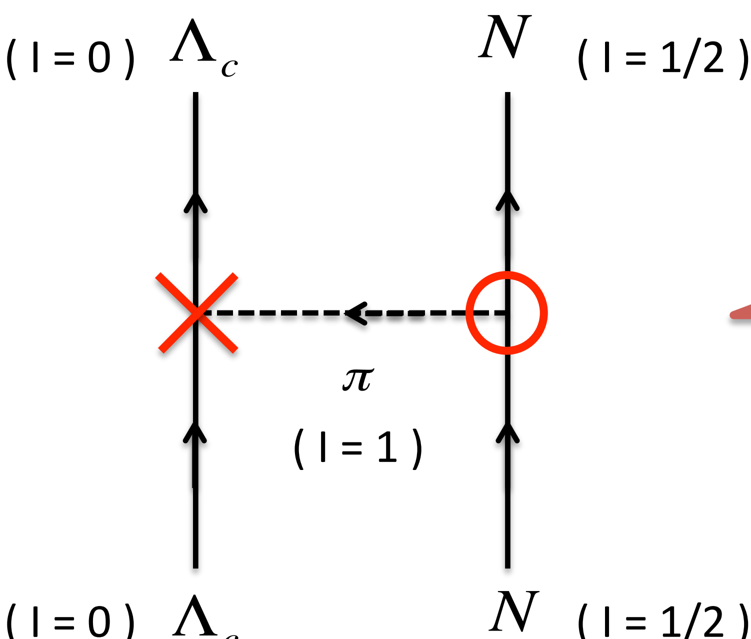
→ π 中間子の交換による引力
（ One Pion Exchange Potential ）

論文の動機・主張

$\Lambda_c N$ の（ゆるい）束縛状態はあるか？

N : 陽子 or 中性子
Λ_c : u, d, c のバリオン

軽いメソン（π 中間子）の交換
によるポテンシャルを考える。



OPEP は作れない

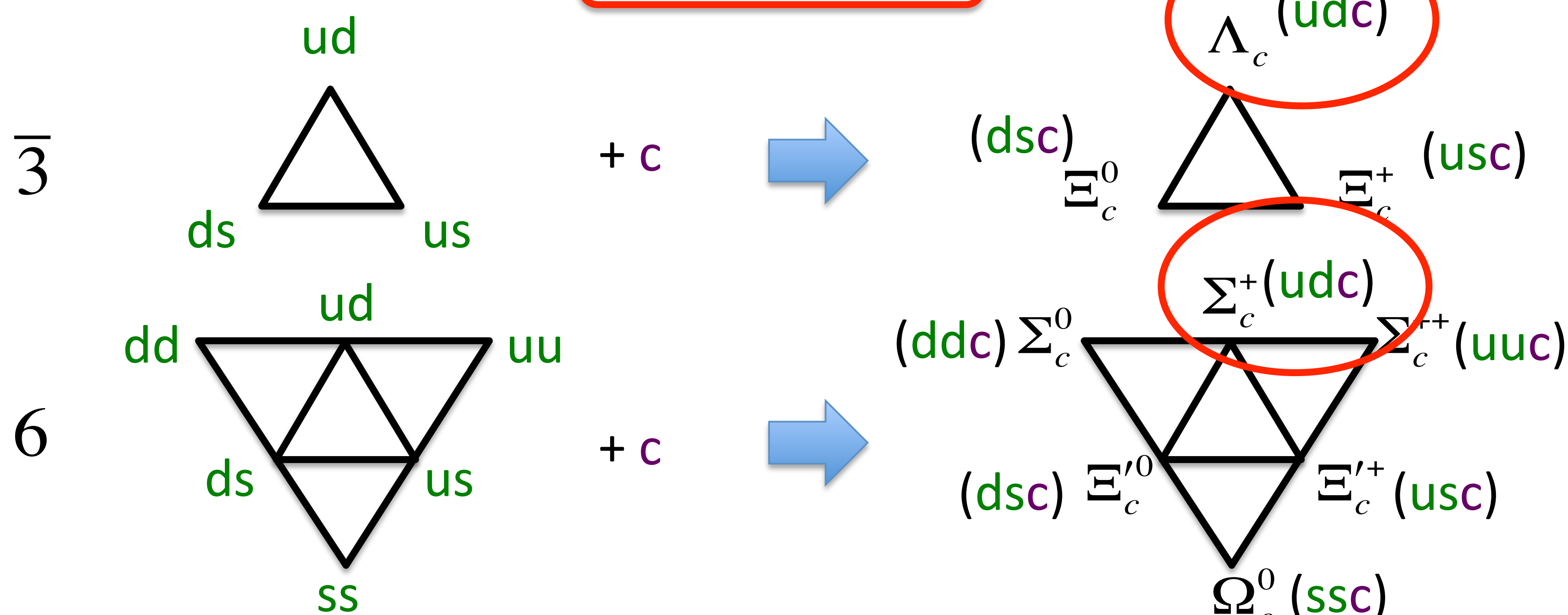
< $\Lambda_c N$ の single channel >

論文の動機・主張

チャームクオーク(c)を1つ含むバリオン

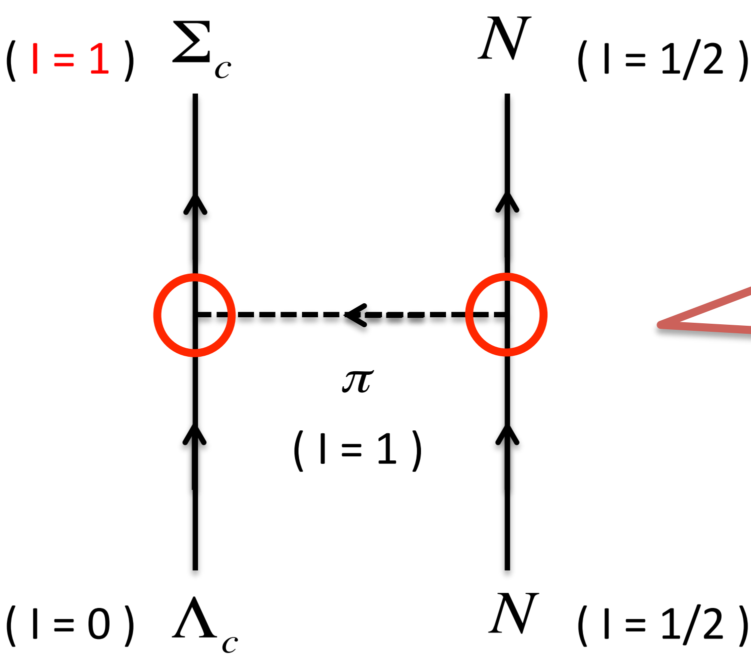
→　qq c　（ q : u or d or s ）

$$\boxed{3 \otimes 3 = \bar{3} \oplus 6}$$



論文の動機・主張

Λ_cN の（ゆるい）束縛状態はあるか？



OPEP が作れる！

< Λ_cN の coupled channel >

Λ_c の励起状態である Σ_c との coupling を
考えると、OPEP で Λ_cN の束縛状態が得られる。

Outline

(1) Effective Lagrangianの定義

(2) Potentialの定義

(3) Coupling Constantsの決定

(4) Results

(5) Summary & Conclusion

(6) 修論でやりたいこと

Effective Lagrangian

(1) chiral symmetry

(2) heavy quark symmetry

(3) hidden local symmetry

$$B_{\bar{3}} = \begin{pmatrix} 0 & \Lambda_c^+ & \Xi_c^+ \\ -\Lambda_c^+ & 0 & \Xi_c^0 \\ -\Xi_c^+ & -\Xi_c^0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \Pi = \sqrt{2}\begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}}\eta \end{pmatrix},$$

$$B_6 = \begin{pmatrix} \Sigma_c^{++} & \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_c^+ & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{\prime +} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_c^+ & \Sigma_c^0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{\prime 0} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{\prime +} & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{\prime 0} & \Omega_c^0 \end{pmatrix}, \qquad V^\mu = i\frac{g_V}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega}{\sqrt{2}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & -\frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\omega}{\sqrt{2}} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & \phi \end{pmatrix}^\mu,$$

$$B_6^* = \begin{pmatrix} \Sigma_c^{*++} & \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_c^{*+} & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{*+} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_c^{*+} & \Sigma_c^{*0} & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{*0} \\ \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{*+} & \frac{1}{\sqrt{2}}\Xi_c^{*0} & \Omega_c^{*0} \end{pmatrix},$$

$$\boxed{\frac{1}{2}\otimes\frac{1}{2}\otimes\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\oplus\frac{1}{2}\oplus\frac{3}{2}}$$

$$L_B = \boxed{L_{B_{\bar{3}}}} + \boxed{L_S} + \boxed{L_{\text{int}}}$$

$$\boxed{L_{B_{\bar{3}}} = \frac{1}{2}tr\left[\bar{B}_{\bar{3}}(iv\cdot D)B_{\bar{3}}\right] + i\beta_B tr\left[\bar{B}_{\bar{3}}v^\mu\left(\Gamma_\mu - V_\mu\right)B_{\bar{3}}\right] + l_B tr\left[\bar{B}_{\bar{3}}\sigma B_{\bar{3}}\right]}$$

$$\boxed{L_S = -tr\left[\bar{S}^\alpha\left(iv\cdot D - \Delta_B\right)S_\alpha\right] + \frac{3}{2}g_1\left(iv_\kappa\right)\varepsilon^{\mu\nu\lambda\kappa}tr\left[\bar{S}_\mu A_\nu S_\lambda\right] + i\beta_S tr\left[\bar{S}_\mu v_\alpha\left(\Gamma^\alpha - V^\alpha\right)S^\mu\right] + \lambda_S tr\left[\bar{S}_\mu F^{\mu\nu}S_\nu\right] + l_S tr\left[\bar{S}_\mu\sigma S^\mu\right]}$$

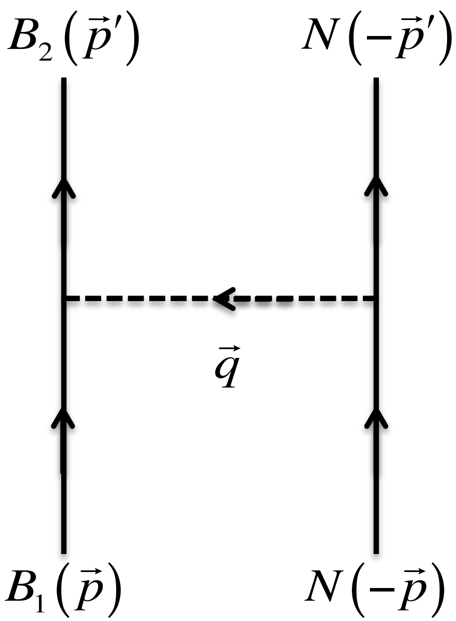
$$\boxed{L_{\text{int}} = g_4 tr\left[\bar{S}^\mu A_\mu B_{\bar{3}}\right] + i\lambda_I\varepsilon^{\mu\nu\lambda\kappa}v_\mu tr\left[\bar{S}_\nu F_{\lambda\kappa}B_{\bar{3}}\right] + H.c.}$$

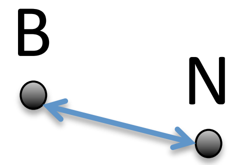
$$\xi = \exp\left[\frac{i\Pi}{2f}\right]$$

$$S_\mu = B_{6\mu}^* + \delta\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\gamma_\mu + v_\mu\right)\gamma^5 B_6 \qquad A_\mu = \frac{i}{2}\left[\xi^+\left(\partial_\mu\xi\right) + \left(\partial_\mu\xi\right)\xi^+\right] \qquad D_\mu B_{\bar{3}} = \partial_\mu B_{\bar{3}} + \Gamma_\mu B_{\bar{3}} + B_{\bar{3}}\Gamma_\mu^T$$

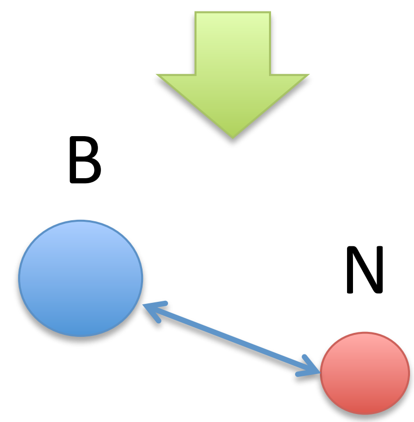
$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu + \left[V_\mu, V_\nu\right] \qquad \Gamma_\mu = \frac{1}{2}\left[\xi^+\left(\partial_\mu\xi\right) - \left(\partial_\mu\xi\right)\xi^+\right] \qquad D_\mu S_\nu = \partial_\mu S_\nu + \Gamma_\mu S_\nu + S_\nu\Gamma_\mu^T$$

Potential



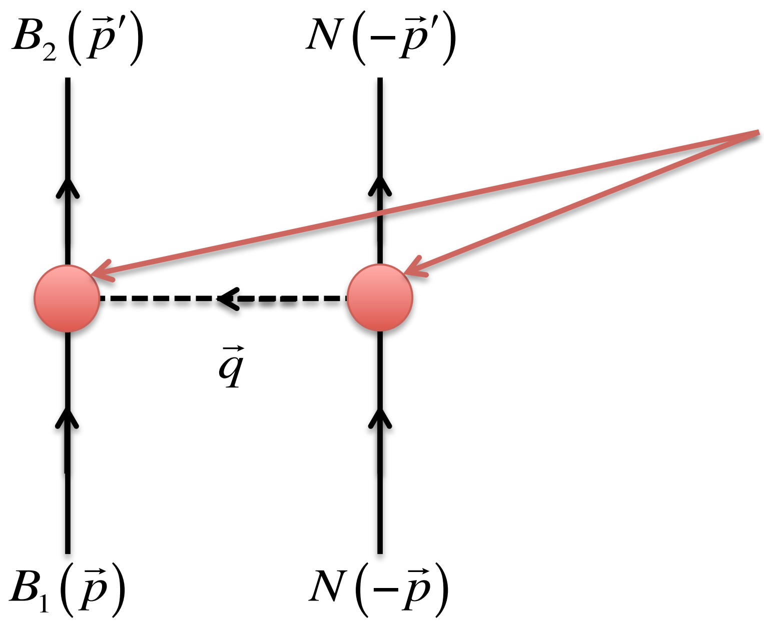


点粒子



実際は大きさを持った粒子

Potential



$$F(q) = \frac{\Lambda^2 - m^2}{\Lambda^2 - q^2}$$

monopole 型の
form factor を導入
（ Λ : cutoff ）

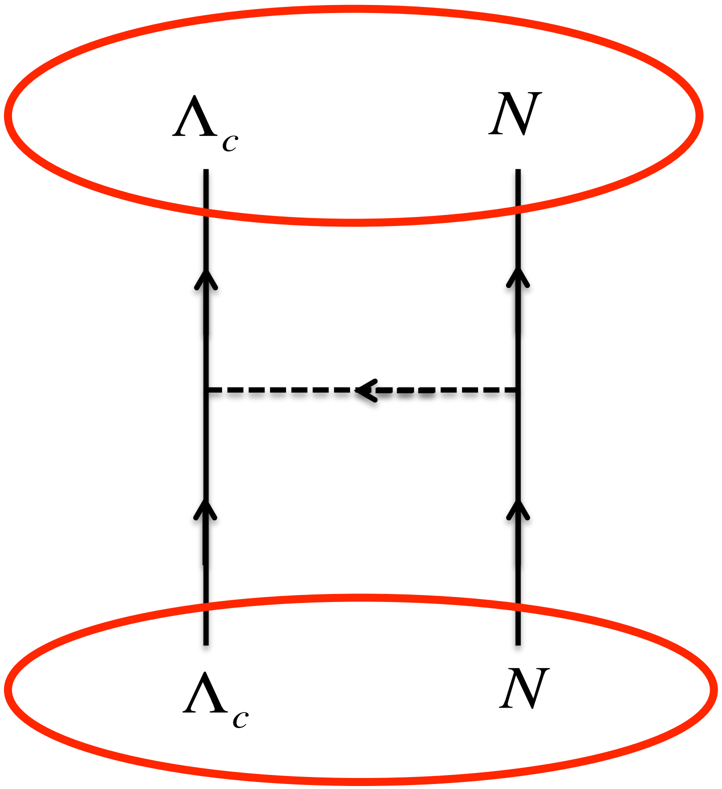
不変振幅の非相対論的近似により
ポテンシャルを導く

$$iM \underset{\vec{p} \to 0}{\sim} V(\vec{q})$$

Potential

Λ_cN の励起状態（Σ_cN、$\Sigma^*{}_c$N）も含めて考える

Channels	1	2	3	4	5	6	7
$J^P = 0^+$	$\Lambda_c N(^1S_0)$	$\Sigma_c N(^1S_0)$	$\Sigma_c^* N(^5D_0)$				
$J^P = 1^+$	$\Lambda_c N(^3S_1)$	$\Sigma_c N(^3S_1)$	$\Sigma_c^* N(^3S_1)$	$\Lambda_c N(^3D_1)$	$\Sigma_c N(^3D_1)$	$\Sigma_c^* N(^3D_1)$	$\Sigma_c^* N(^5D_1)$



Channel : 1

V_{11}

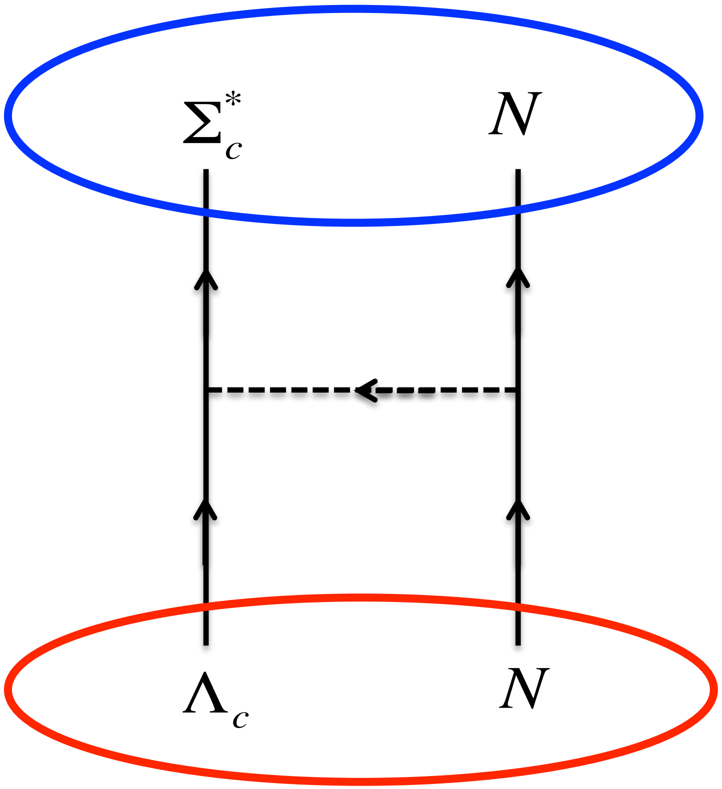
Channel : 1

< single channel >

Potential

$\Lambda_c N$ の励起状態($\Sigma_c N$、$\Sigma^*{}_c N$)も含めて考える

Channels	1	2	3	4	5	6	7
$J^P = 0^+$	$\Lambda_c N(^1S_0)$	$\Sigma_c N(^1S_0)$	$\Sigma_c^* N(^5D_0)$				
$J^P = 1^+$	$\Lambda_c N(^3S_1)$	$\Sigma_c N(^3S_1)$	$\Sigma_c^* N(^3S_1)$	$\Lambda_c N(^3D_1)$	$\Sigma_c N(^3D_1)$	$\Sigma_c^* N(^3D_1)$	$\Sigma_c^* N(^5D_1)$



Channel : 3

V_{13}

Channel : 1

< coupled channel >

Potential

OPEP

$$V_\pi(i,j) = C_\pi(i,j)\frac{m_\pi^3}{24\pi f_\pi^2}\{\vec{\mathcal{O}}_1\cdot\vec{\mathcal{O}}_2 Y_1(m_\pi,\Lambda,r) + \mathcal{O}_{\rm ten}H_3(m_\pi,\Lambda,r)\},$$

i, j : チャネルの番号

$$V_\sigma(i) = C_\sigma(i)\frac{m_\sigma}{16\pi}\left\{4Y_1(m_\sigma,\Lambda,r) + \vec{L}\cdot\vec{\sigma}_2\left(\frac{m_\sigma}{M_N}\right)^2 Z_3(m_\sigma,\Lambda,r)\right\},$$

$$V_\rho(i,j) = C_{\rho 1}(i,j)\frac{m_\rho h_V}{32\pi}\left\{8Y_1(m_\rho,\Lambda,r) + \left(1+\frac{4M_N h_T}{h_V}\right)\frac{m_\rho^2}{M_N^2}[Y_1(m_\rho,\Lambda,r) - 2\vec{L}\cdot\vec{\sigma}_2 Z_3(m_\rho,\Lambda,r)]\right\}$$
$$+ C_{\rho 2}(i,j)\frac{m_\rho^3 h_V}{36\pi M_N}\left\{\left(1+\frac{2M_N h_T}{h_V}\right)[2\vec{\mathcal{O}}_1\cdot\vec{\mathcal{O}}_2 Y_1(m_\rho,\Lambda,r) - \mathcal{O}_{\rm ten}H_3(m_\rho,\Lambda,r)] - 6\vec{L}\cdot\vec{\mathcal{O}}_1 Z_3(m_\rho,\Lambda,r)\right\},$$

σ、ρ、ω メソン交換のポテンシャル

（One Boson Exchange Potential）

$$Y(x) = \frac{e^{-x}}{x}, \qquad Z(x) = \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)Y(x), \qquad H(x) = \left(1+\frac{3}{x}+\frac{3}{x^2}\right)Y(x),$$

$$Y_1(m,\Lambda,r) = Y(mr) - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)Y(\Lambda r) - \frac{\Lambda^2-m^2}{2m\Lambda}e^{-\Lambda r},$$

$$Z_3(m,\Lambda,r) = Z(mr) - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 Z(\Lambda r) - \frac{(\Lambda^2-m^2)\Lambda}{2m^3}Y(\Lambda r),$$

$$H_3(m,\Lambda,r) = H(mr) - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)^3 H(\Lambda r) - \frac{(\Lambda^2-m^2)\Lambda}{2m^3}Y(\Lambda r) - \frac{(\Lambda^2-m^2)\Lambda}{2m^3}e^{-\Lambda r},$$

$$Y_3(m,\Lambda,r) = Y(mr) - \left(\frac{\Lambda}{m}\right)Y(\Lambda r) - \frac{(\Lambda^2-m^2)\Lambda}{2m^3}e^{-\Lambda r},$$

Coupling Constants

Lagrangian に含まれる coupling constants

→　β_B、g_1 など15個

決定法　(1)　Σ_c、Σ^*_c の strong decay より

(2)　QCDのクオーク模型より

Coupling Constants

(1) Σ_c、$\Sigma^*{}_c$ の strong decay

$\Sigma_c \rightarrow \Lambda_c + \pi$

$\Sigma^*{}_c \rightarrow \Lambda_c + \pi$

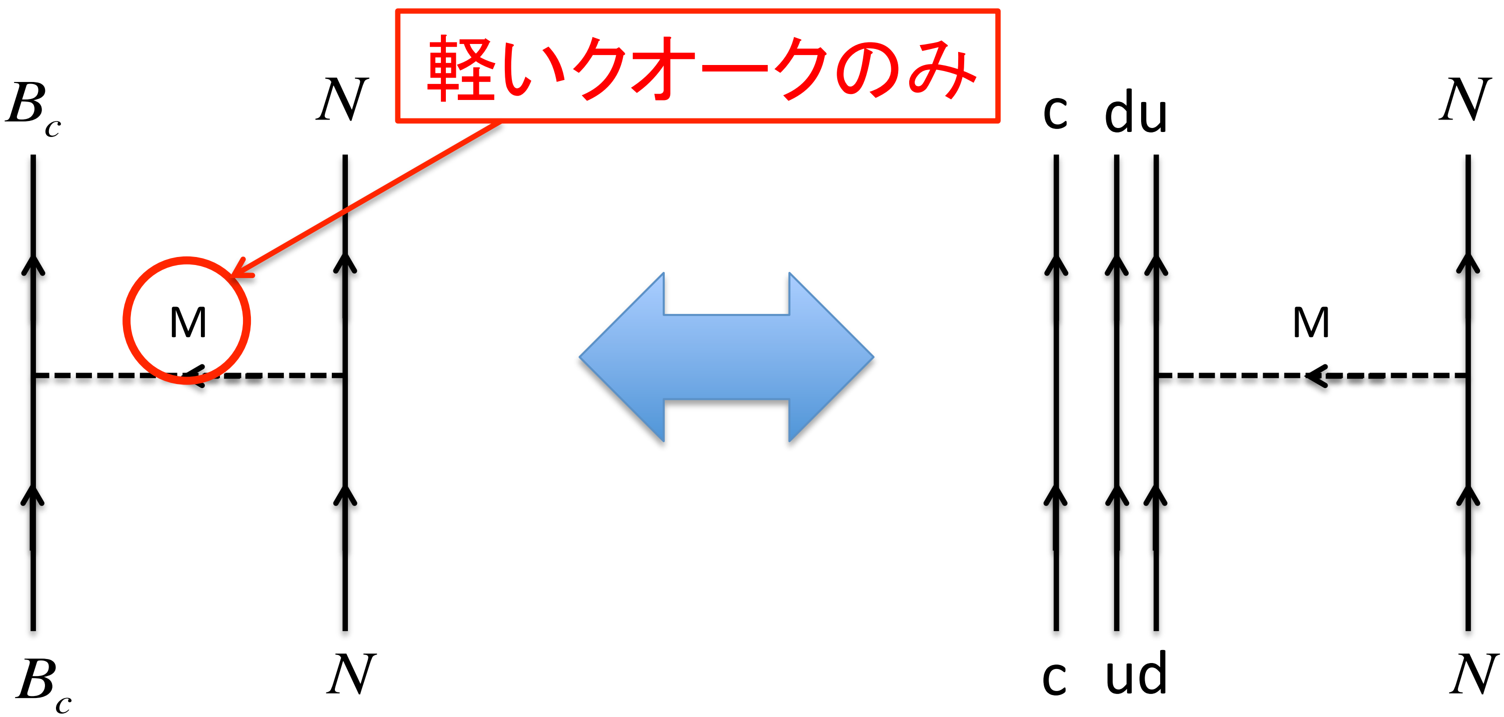
それぞれの decay width は

$$\Gamma\left(\Sigma_c \to \Lambda_c \pi\right) = \frac{g_2^2}{4\pi f_\pi^2} \frac{M_{\Lambda_c}}{M_{\Sigma_c}} \left|\vec{p}_\pi^{\,3}\right|$$

$$\Gamma\left(\Sigma_c^* \to \Lambda_c \pi\right) = \frac{g_4^2}{12\pi f_\pi^2} \frac{M_{\Lambda_c}}{M_{\Sigma_c^*}} \left|\vec{p}_\pi^{\,3}\right|$$

Coupling Constants

(2) QCDのクオーク模型



SU(2) クオーク模型と同じ vertex と考えて良い

＝ coupling constants が対応付けられる

Results

- coupling constants → クオーク模型より決定
- meson mass → physical な量を用いる
- カットオフ Λ → 決められない

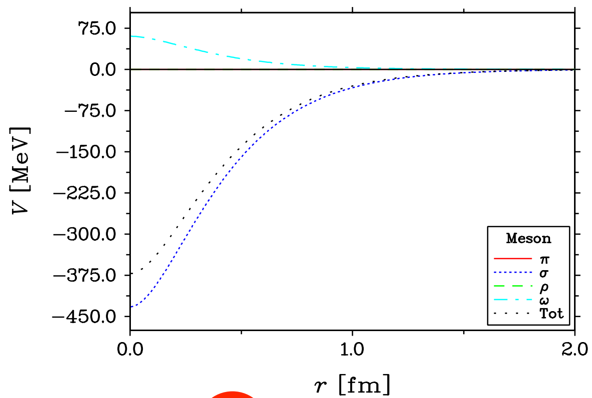
Λ はフリーパラメタとして扱い、
Binding Energy への影響を見る。

Results

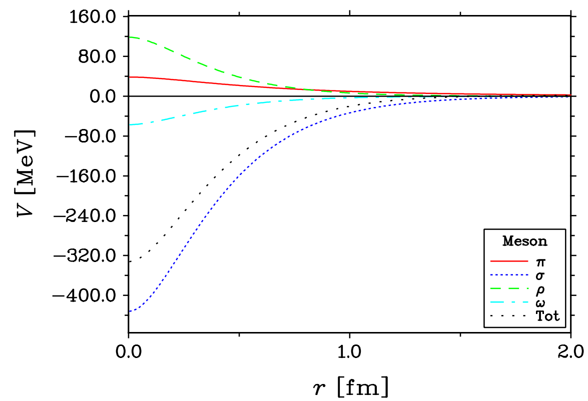
J = 0   Case

Channels	1	2	3	4	5	6	7
$J^P=0^+$	$\Lambda_c N(^1S_0)$	$\Sigma_c N(^1S_0)$	$\Sigma_c^* N(^5D_0)$				
$J^P=1^+$	$\Lambda_c N(^3S_1)$	$\Sigma_c N(^3S_1)$	$\Sigma_c N(^3S_1)$	$\Lambda_c N(^3D_1)$	$\Sigma_c N(^3D_1)$	$\Sigma_c^* N(^3D_1)$	$\Sigma_c^* N(^5D_1)$

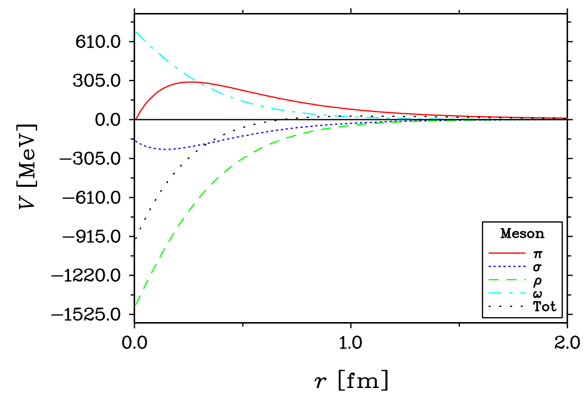
Results（ J = 0 Case ）



(11): $\Lambda_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Lambda_c N(^1S_0)$

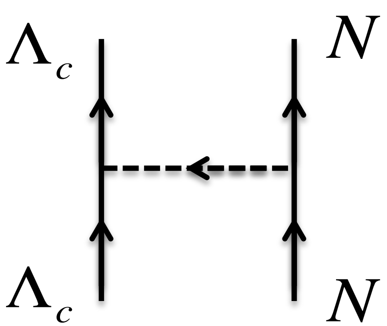


(22): $\Sigma_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Sigma_c N(^1S_0)$



(33): $\Sigma_c^* N(^5D_0) \leftrightarrow \Sigma_c^* N(^5D_0)$

(11) → Channel 1 と 1 のポテンシャル



Channel : 1

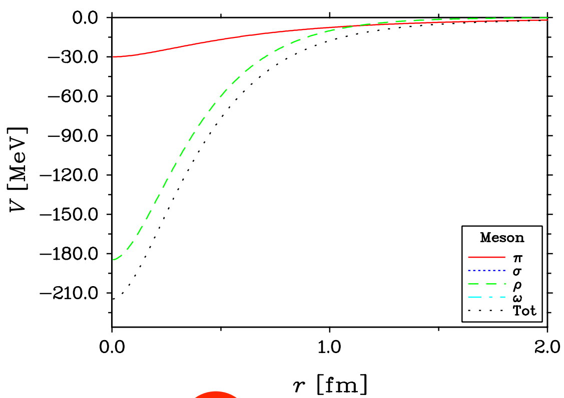
Channel : 1

< single channel >

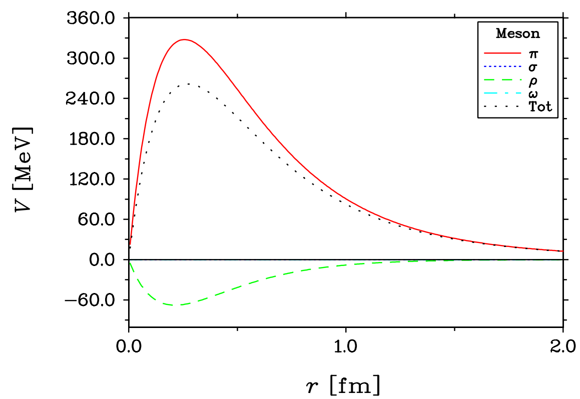
OPEP : 全て斥力

OBEP : 全て引力

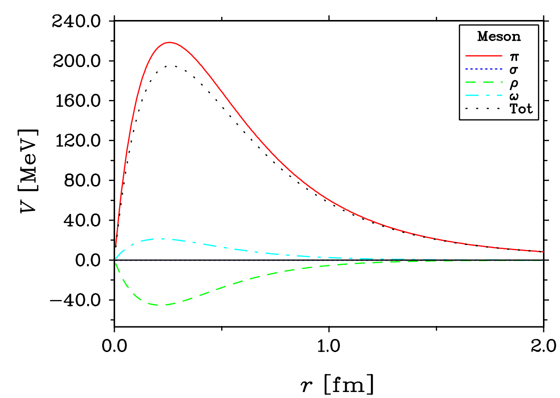
Results（ J = 0 Case ）



(12): $\Lambda_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Sigma_c N(^1S_0)$

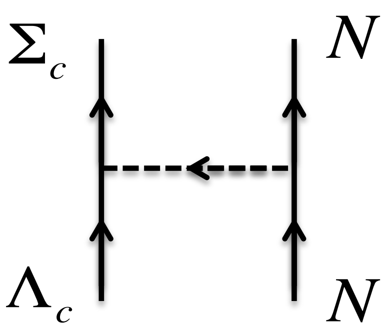


(13): $\Lambda_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Sigma_c^* N(^5D_0)$



(23): $\Sigma_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Sigma_c^* N(^5D_0)$

(12) → Channel 1 と 2 のポテンシャル



Channel : 2

Channel : 1

< coupled channel >

OPEP : (13), (23)が強い

OBEP : (12)が強い

Results（ J = 0 Case ）

★ 束縛エネルギーの計算

$\Lambda_c N$、$\Sigma_c N$、$\Sigma^*{}_c N$ 混合状態のSchrödinger 方程式を解く。

$$(H_0 + V)\, \Psi = E\, \Psi$$

$\Lambda_c N$、$\Sigma_c N$、$\Sigma^*{}_c N$混合状態のエネルギー

Λ_c (2286 MeV) + N (939 MeV) = 3225 MeV よりもエネルギーが

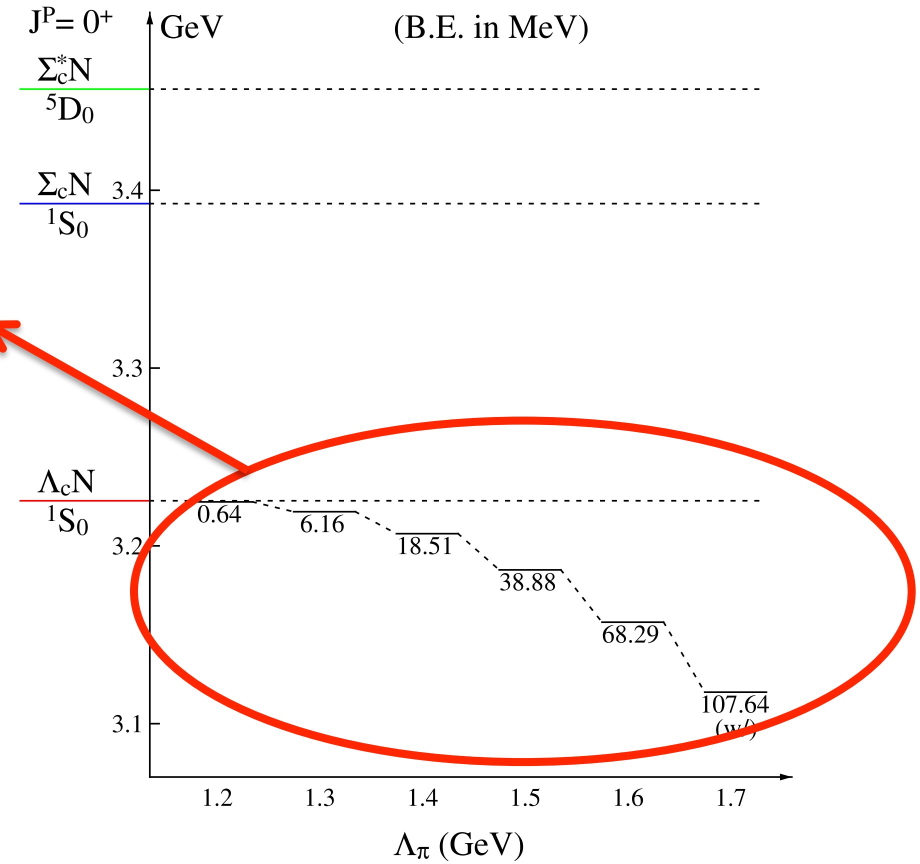
高い → 束縛状態を作らない
低い → 束縛状態を作る

Results (J = 0 Case)

< OPEP の場合 >

Λ_c + N の静止エネルギーより低いエネルギー状態(束縛状態)が得られた！

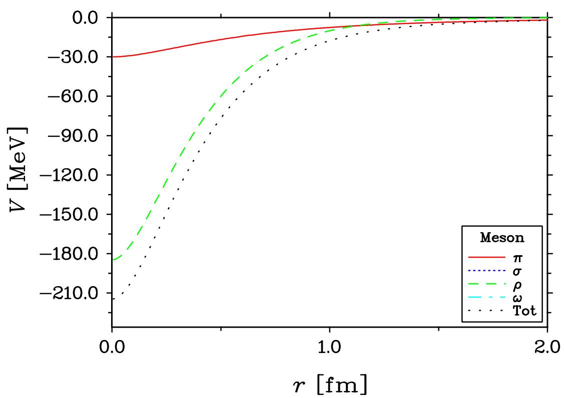
Λ ~ 1 GeV は核物理で良く用いる reasonable な値



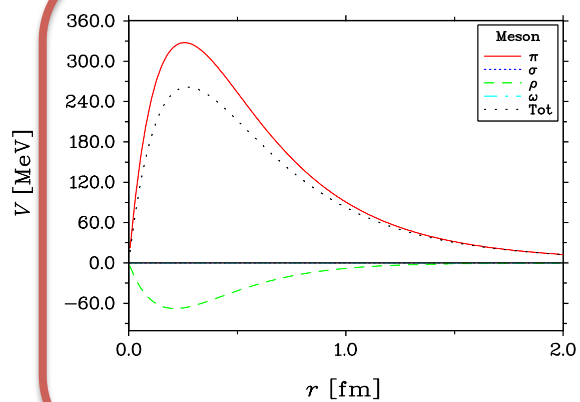
Prob. : (Λ_cN / Σ_cN / Σ^*_cN) の存在確率

Λ_π (GeV)	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7
B.E.($J = 0$) (MeV)	0.64	6.16	18.51	38.88	68.29	107.64
$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ (fm)	5.2	1.9	1.2	0.9	0.8	0.7
Prob. (%)	(98.2/0.6/1.2)	(94.0/2.3/3.7)	(89.3/4.6/6.1)	(84.5/7.2/8.3)	(80.1/9.8/10.1)	(76.1/12.2/11.7)

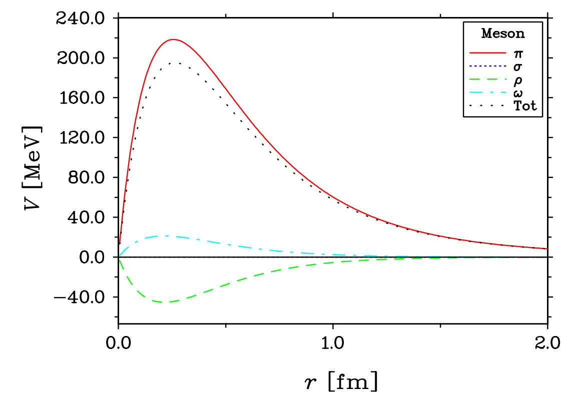
Results（ J = 0 Case ）



(12): $\Lambda_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Sigma_c N(^1S_0)$



(13): $\Lambda_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Sigma_c^* N(^5D_0)$



(23): $\Sigma_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Sigma_c^* N(^5D_0)$

Σ^*_c（D wave）の存在による
テンソルポテンシャルの効果が大きい。

Σ^*_c を除いた（Channel 1 と 2 だけの）計算では、
束縛解は得られなかった。

Results（ J = 0 Case ）

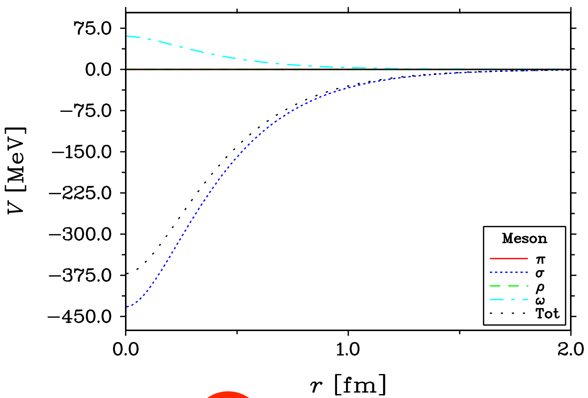
< OBEP の場合 >

各メソンの vertex の cutoff は異なる。

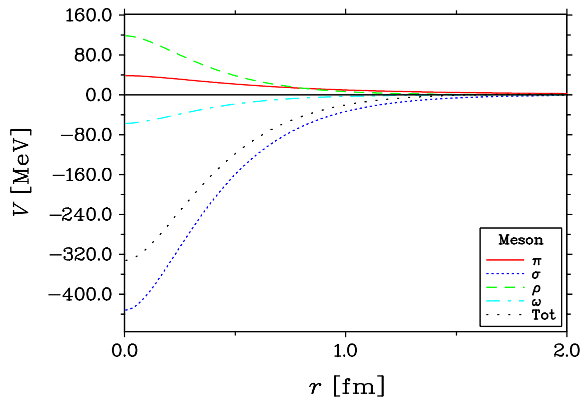
- common cutoff（$\Lambda_{\pi} = \Lambda_{\sigma} = \Lambda_{vec} = \Lambda_{com}$）
- scaled cutoff（$\Lambda_{ex} = m_{ex} + \alpha \Lambda_{QCD}$）

$\Lambda_{QCD} = 220$ MeV

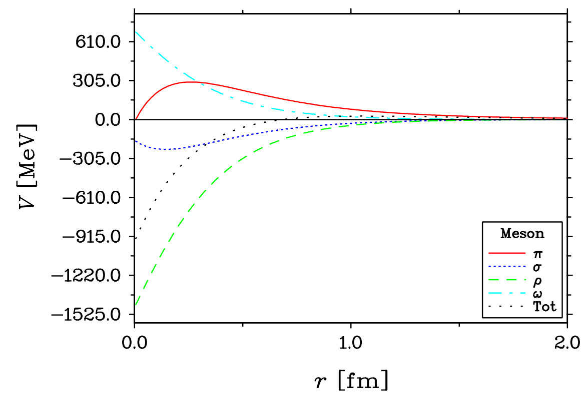
Results（ J = 0 Case ）



(11): $\Lambda_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Lambda_c N(^1S_0)$

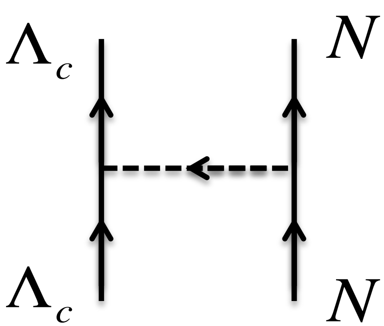


(22): $\Sigma_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Sigma_c N(^1S_0)$



(33): $\Sigma_c^* N(^5D_0) \leftrightarrow \Sigma_c^* N(^5D_0)$

(11) → Channel 1 と 1 のポテンシャル



Channel : 1

Channel : 1

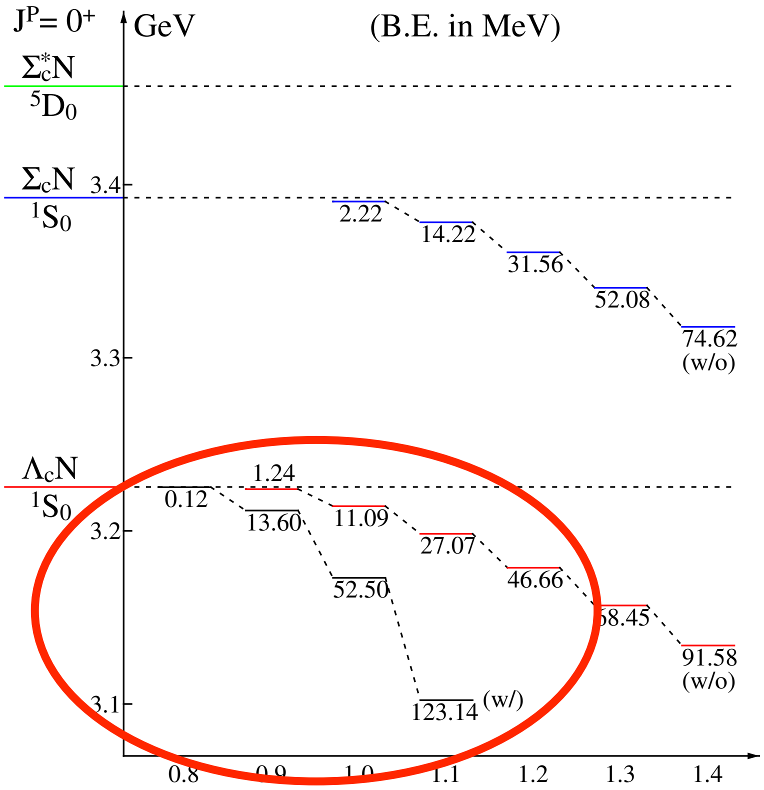
< single channel >

OPEP : 全て斥力

OBEP : 全て引力

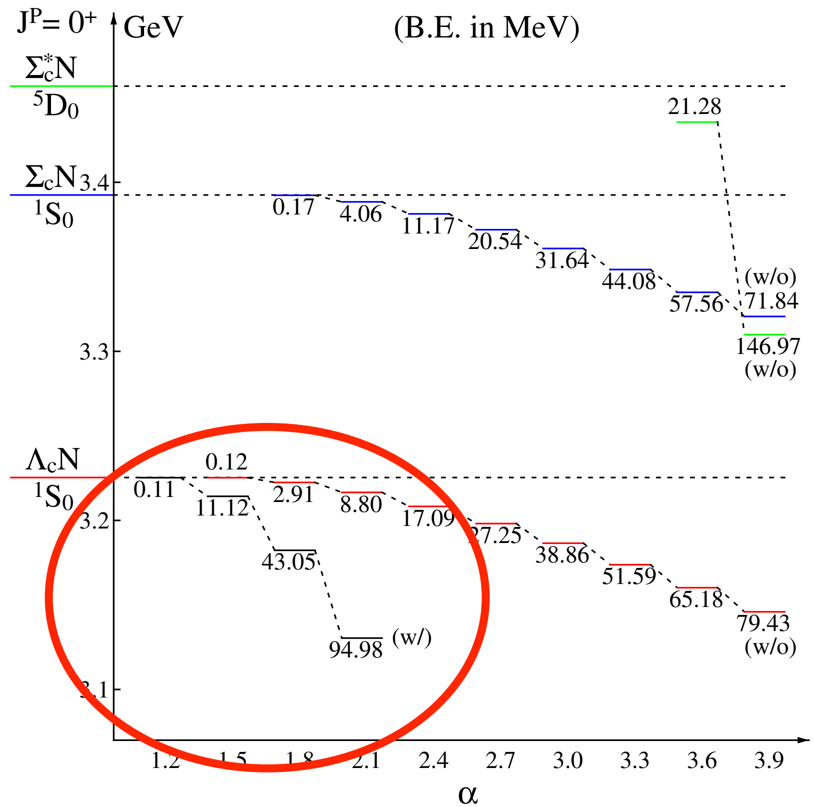
Results（ J = 0 Case ）

common cutoff



$J^P = 0^+$

scaled cutoff



$J^P = 0^+$

OPEP の場合よりもカットオフに敏感

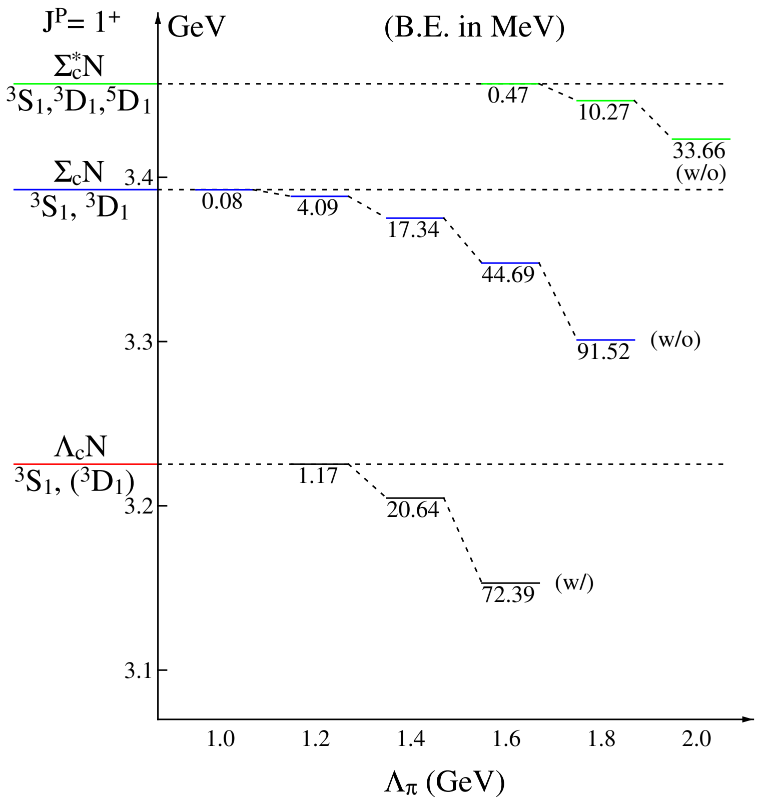
Results

J = 1   Case

Channels	1	2	3	4	5	6	7
$J^P = 0^+$	$\Lambda_c N(^1S_0)$	$\Sigma_c N(^1S_0)$	$\Sigma_c^* N(^5D_0)$				
$J^P = 1^+$	$\Lambda_c N(^3S_1)$	$\Sigma_c N(^3S_1)$	$\Sigma_c^* N(^3S_1)$	$\Lambda_c N(^3D_1)$	$\Sigma_c N(^3D_1)$	$\Sigma_c^* N(^3D_1)$	$\Sigma_c^* N(^5D_1)$

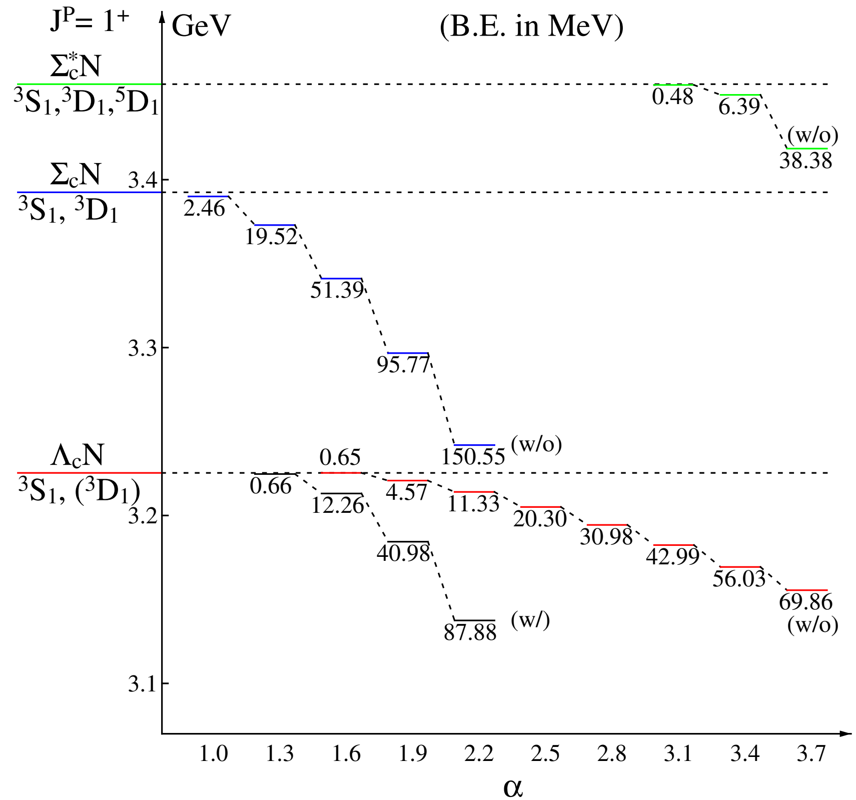
Results（ J = 1 Case ）

OPEP



$J^P = 1^+$

OBEP (scaled cutoff)



$J^P = 1^+$

J = 0 の場合と同様の結果が得られた

Summery & Conclusion

- J = 0, J = 1 どちらの場合でも、Λ_cN 単独のチャネルでは束縛解が得られなかったがΛ_cN、Σ_cN、Σ^*_cN 混合チャネルの効果を考慮すれば reasonable な cutoff の範囲で束縛解が得られた。

J^P		$\Lambda_c N$ (S-wave)	$\Lambda_c N - \Sigma_c N - \Sigma_c^* N$
0^+	OPEP (Λ)	$\times$	[1.367: 13.60, 1.38]
	OBEP (Λ)	[0.900: 1.24, 3.86]	[0.900: 13.60, 1.46]
	OBEP (α)	[1.533: 0.25, 8.13]	[1.533: 13.57, 1.37]
1^+	OPEP (Λ)	$\times$	[1.353: 13.54, 1.40]
	OBEP (Λ)	[0.900: 1.24, 3.86]	[0.900: 13.49, 1.47]
	OBEP (α)	[1.618: 0.80, 4.72]	[1.618: 13.47, 1.39]

[Λ or α: 束縛エネルギ MeV, RMS半径 fm]

修論でやりたいこと

この論文ではハドロンレベルでの相互作用を考えた

→　カットオフの束縛状態に与える影響が大きい

QCDの第一原理から（クオークレベルで）
ポテンシャルを作るべき。

手法 : HAL QCD Method + Heavy quark action

HAL Collaboration ; PTEP (2012)

S.Aoki ; PTP-109 (2003)

One Boson Exchange Potential (OBEP)

＜common cutoff の場合＞

- σ メソンの交換に依る寄与で、$\Lambda_c N$、$\Sigma_c N$ 単独のチャネルでも reasonable な束縛解が得られた。

- $\Lambda_c N$、$\Sigma_c N$、$\Sigma^*_c N$ 混合系の束縛解としては、cutoff の違いだけで、Binding Energy や RMS半径は OPEP でのものと同じような結果となった。

One Boson Exchange Potential (OBEP)

＜scaled cutoff の場合＞

- common cutoff の場合とほぼ同じような結果となった。

- $\Sigma^*_c N$ の存在確率が common cutoff の場合に比べ低くなったのは、波動関数や遷移ポテンシャルにノードが生じたため。

ポテンシャルの δ－term の議論

この論文では、ポテンシャルのδ－term は除いている。

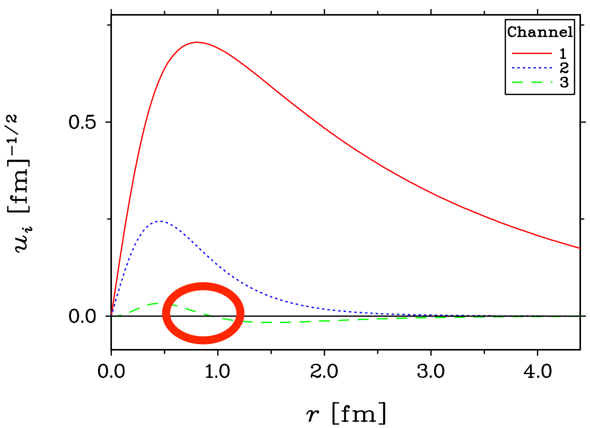
（近距離での Bound は無視したため）

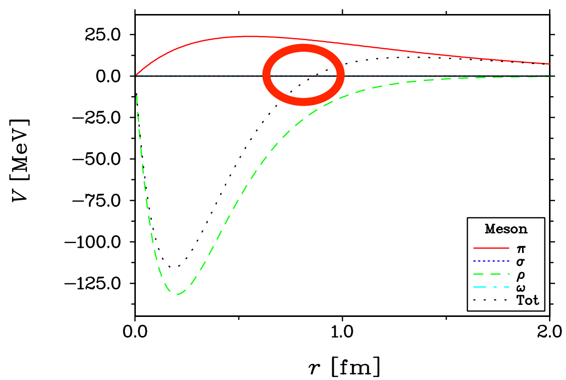
→ δ－term を加えると、より強い束縛が得られるが、cutoff の依存性もより強くなってしまう。

One Boson Exchange Potential (OBEP)

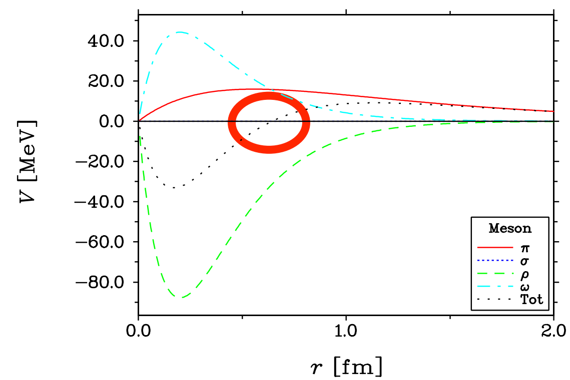
$\Sigma^*_c N$ の存在確率が低くなったのは、波動関数や遷移ポテンシャルにノードが生じたため。

α	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
B.E.($J=0$) (MeV)	0.11	5.26	19.37	43.05	75.65
$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ (fm)	11.7	2.0	1.2	0.9	0.7
Prob. (%)	(99.6/0.4/0.0)	(95.8/4.1/0.1)	(89.7/10.1/0.2)	(76.9/22.5/0.6)	(77.0/22.5/0.5)





(13): $\Lambda_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Sigma^*_c N(^5D_0)$



(23): $\Sigma_c N(^1S_0) \leftrightarrow \Sigma^*_c N(^5D_0)$