The $D_{s0}^*(2317)$ and DK scattering from lattice QCD

by D. Mohler, C.B. Lang, L. Leskovec, S. Prelovsek, R.M. Woloshyn,
arXiv:1308.3175

Journal club 2013/11/29 石塚成人

1. Introduction

	J^P		Mass	
K	0^-	$\bar{s}\gamma_5 u$	498	
D	0^-	$\bar{u}\gamma_5 c$	1864	
D_{s0}^*	0^+	$\bar{s}c$	2317	$<\ (K+D=2362)$

これまで、lattice 計算では、実験と consistent ではあった。
しかし、D+K の 束縛状態としての研究が無かった。

ex) PACS-CS (滑川)(2011) :

$$\langle 0|\,(\bar{s}c)^\dagger(t)\,\bar{s}c(0)\,|0\rangle \sim \mathrm{e}^{-mt}$$

$\longrightarrow$ 基底状態のenergy : $2335 \pm 35 \pm 10\,\mathrm{MeV}$

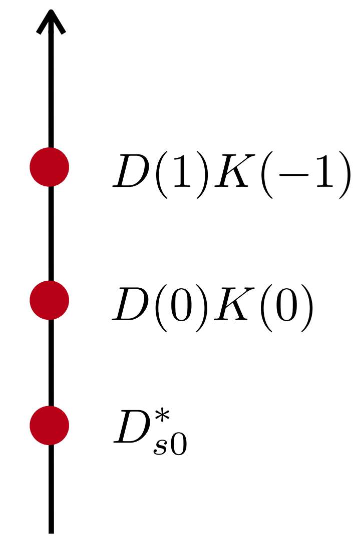
$$D+K=2369$$

この論文では：

沢山の演算子を使い、
$D_{s0}^*(2317)$ と同じ quantum number を持つ状態のエネルギーを、
2nd EX state まで求める。

($D_{s0}^*(2317), D(0)K(0), D(1)K(-1)$)

$\Longrightarrow$ scattering length, effective range 等の散乱の情報
D+K の 束縛状態としての性質



演算子：

$\bar{q}q$-type :

$$\mathcal{O}_1 = \bar{s}c$$
$$\mathcal{O}_2 = \bar{s}\gamma_j D_j c$$
$$\mathcal{O}_3 = \bar{s}\gamma_4\gamma_j D_j c$$
$$\mathcal{O}_4 = \bar{s}\ \overleftarrow{D}_j \overrightarrow{D}_j\ c$$

DK-type :

$$\mathcal{O}_5 = D^0(0)K^-(0) + D^-(0)K^0(0)$$
$$\mathcal{O}_6 = D^{0'}(0)K^{-'}(0) + D^{-'}(0)K^{0'}(0)$$
$$\mathcal{O}_7 = D^0(1)K^-(-1) + D^-(1)K^{0'}(-1)$$

($P' = \bar{q}\gamma_4\gamma_5 q$)

variational method ：

$$G_{ij}(t) = \langle 0|\, \mathcal{O}_i^\dagger(y)\, \mathcal{O}_j(0)\, |0\rangle$$

$$\lambda_\alpha = \mathrm{EV}_\alpha[\, G^{-1}(t_0)G(t)\,] \sim \mathrm{e}^{-E_\alpha t}$$

Scattering phase shift

Lüscher CMP105(86)153, NPB354(91)531.

Ex) $C \to A(p) + B(-p)$ decay

In $L \times L \times L$ periodic box (: lattice)

Energy in free case :

$$E = \sqrt{m_A + p^2} + \sqrt{m_B + p^2} \qquad k^2 = (2\pi/L)^2 \cdot n \ , \ \ n \in \mathbb{Z}$$

Energy of the system :

$$E = \sqrt{m_A + p^2} + \sqrt{m_B + p^2} \qquad k^2 = (2\pi/L)^2 \cdot n \ , \ \ n \notin \mathbb{Z}$$

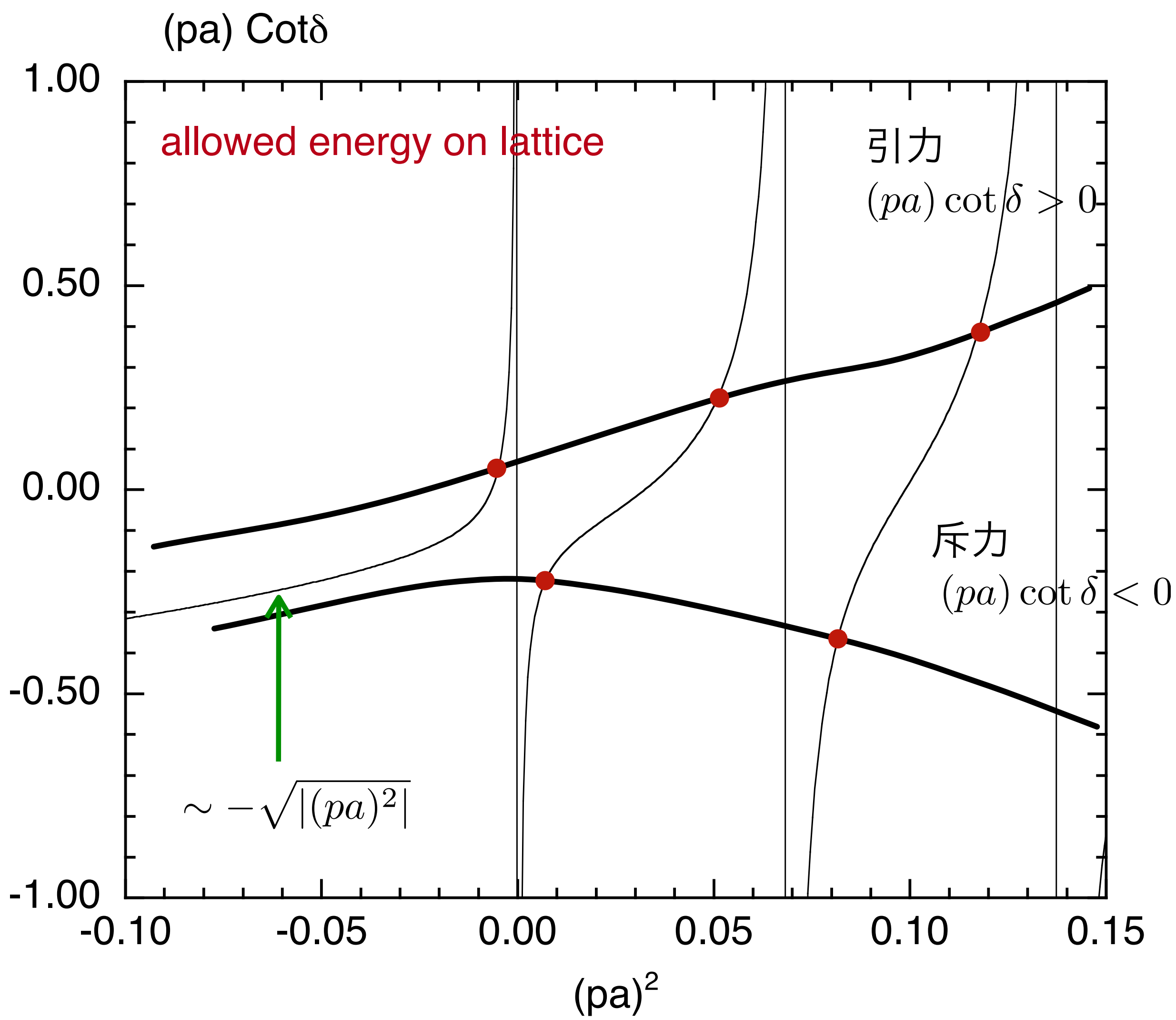
(: discrete)

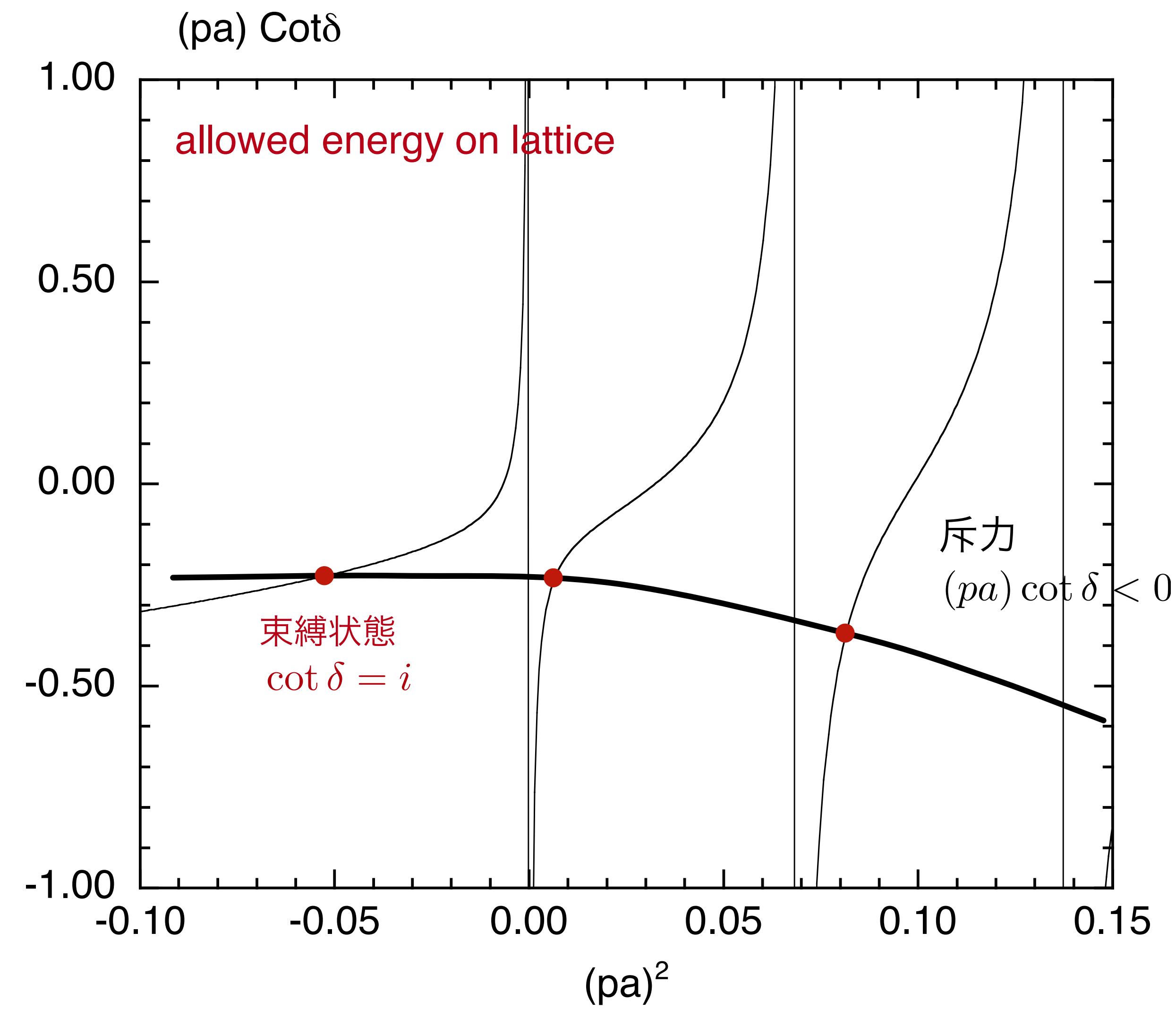
$$p \cdot \cot \delta(p) = \frac{2}{\sqrt{\pi} L} \cdot \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\mathbf{n} \in \mathbb{Z}^3} \frac{1}{n^2 - q^2} \qquad (\ q = 2\pi/L \cdot p \ )$$

: SC. phase shift in infinite volume

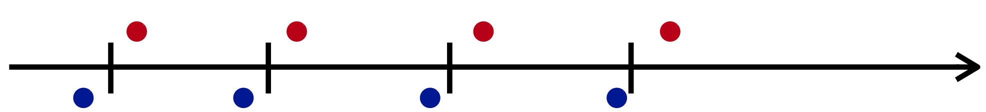
: Lüscher's formula

Energy on the lattice $\Longrightarrow$ SC. phase shift in infinite volume





斥力だと重くなる



引力だと軽くなる

energy 変化 $\propto 1/V$

引力が強いと束縛状態が出来る

束縛状態のenergy

$$\sim E_B + \mathrm{e}^{-L}$$

2. Results

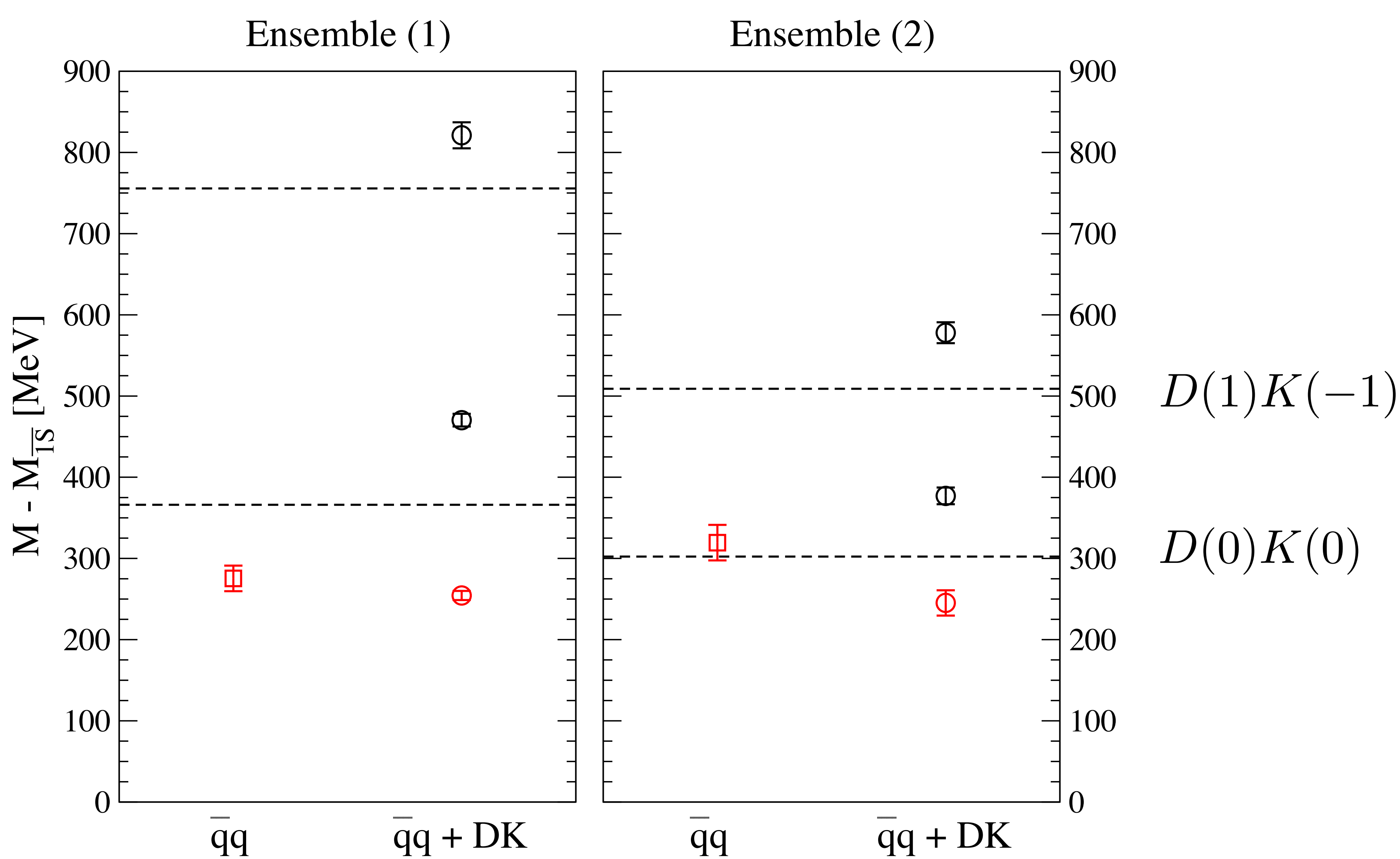
Simulation point :

ID	$N_L^3 \times N_T$	N_f	a[fm]	L[fm]	#configs	m_π[MeV]	m_K[MeV]
(1)	$16^3 \times 32$	2	0.1239(13)	1.98	279	266(3)(3)	552(2)(6)
(2)	$32^3 \times 64$	2+1	0.0907(13)	2.90	196	156(7)(2)	504(1)(7)

((2) : PACS-CS (2009))

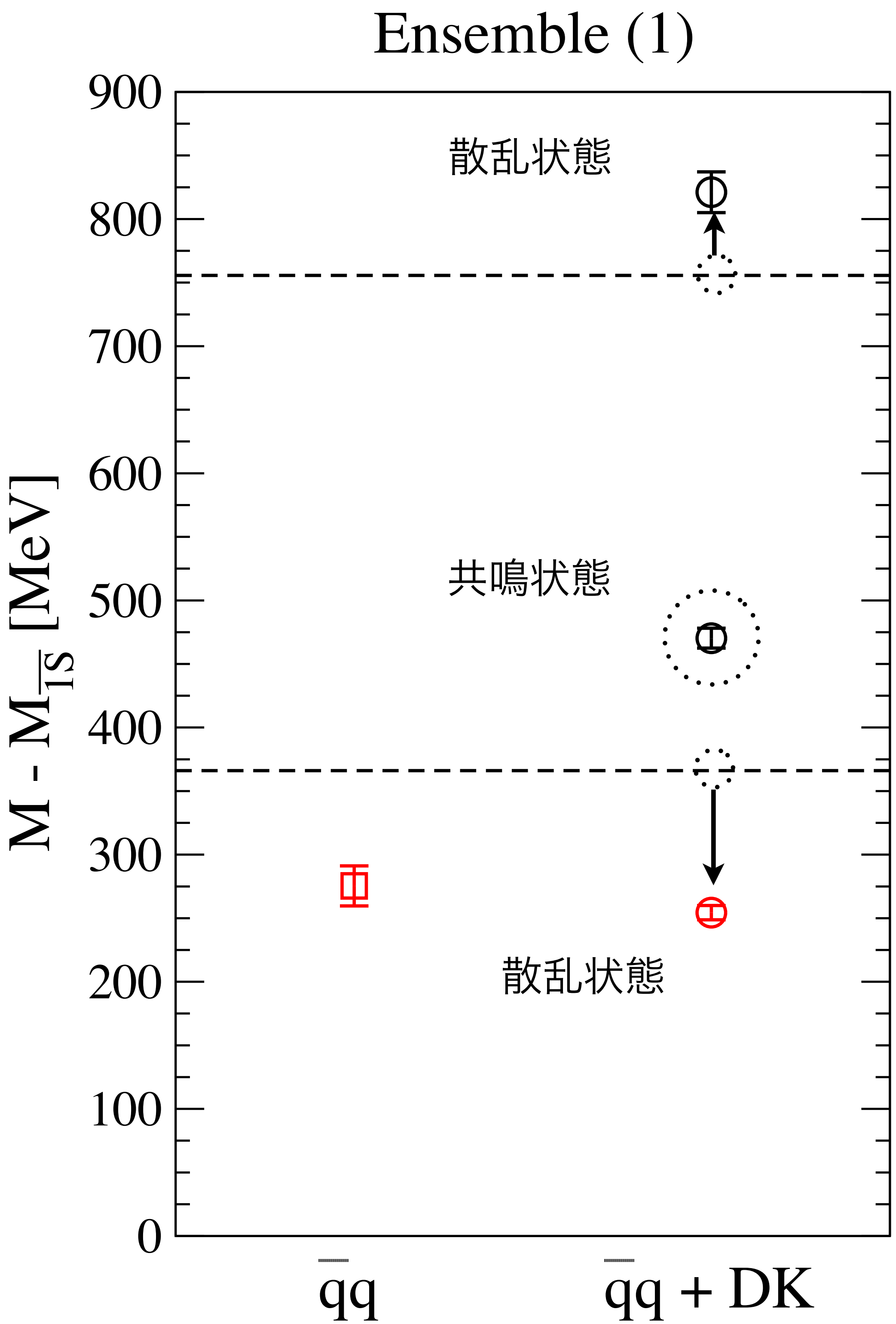
charm quark : Fermi lab. approach

Results of energy :

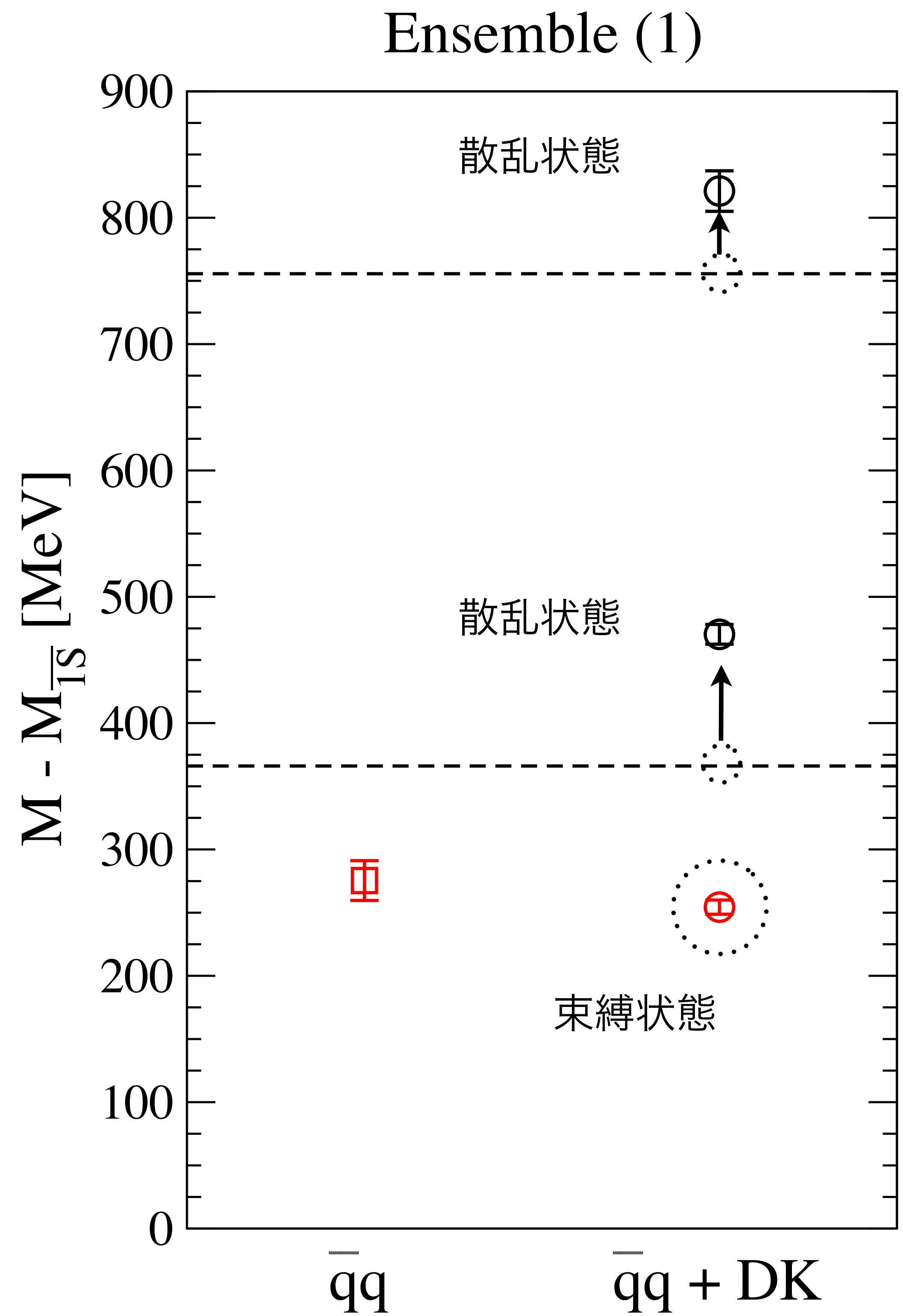


可能なシナリオ：

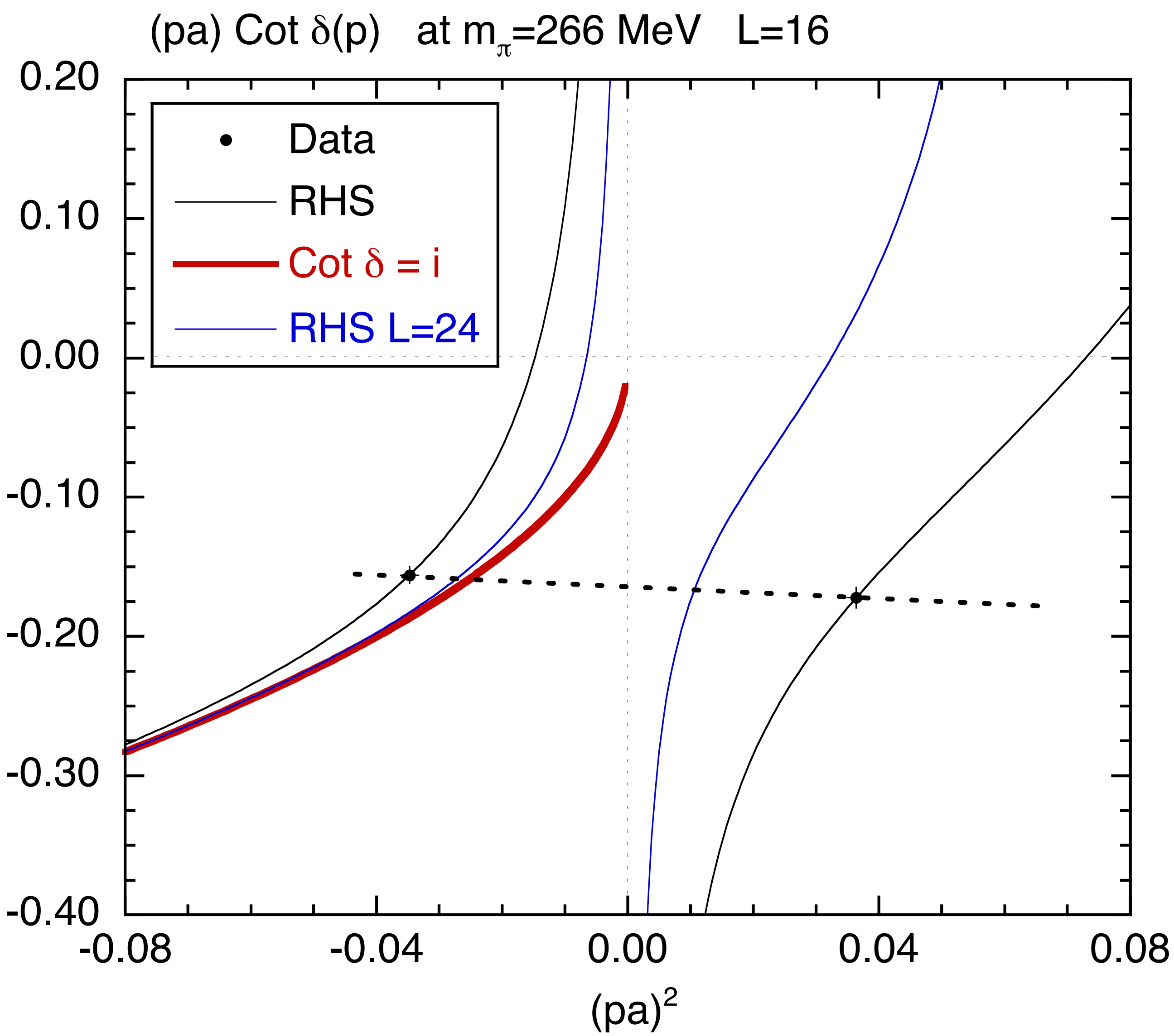
1) 共鳴状態　(missing $D_{s0}^*(2317)$)

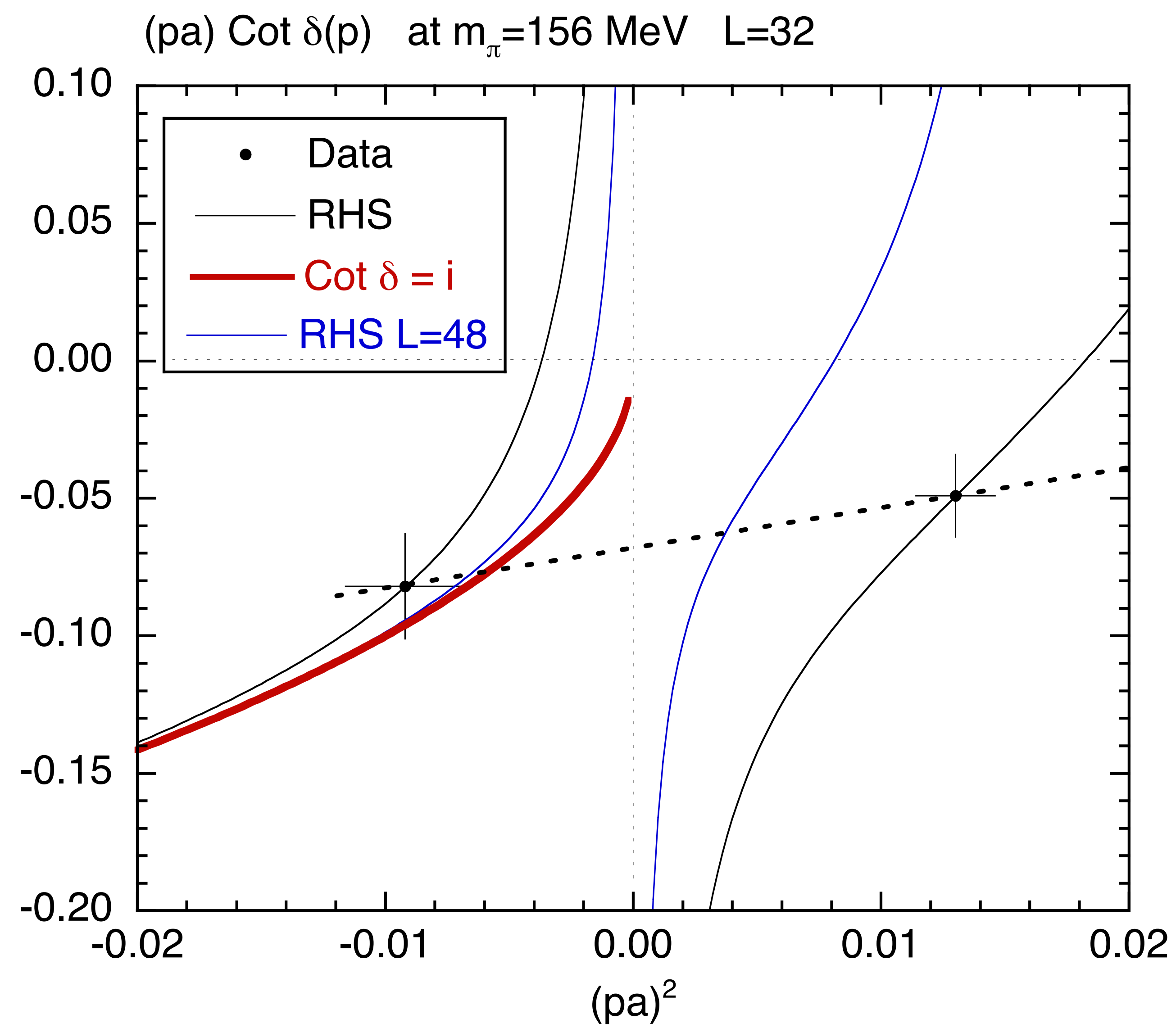


2) 束縛状態　$D_{s0}^*(2317)$



Scattering phase shift





1) ground state では殆ど $\cot\delta = i$

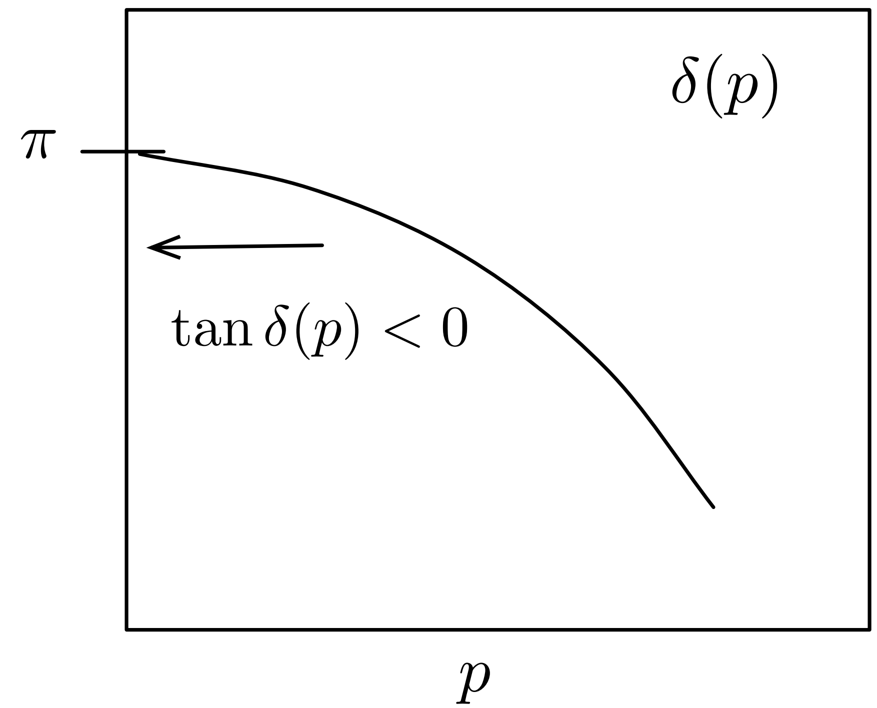
2) p=0 では、 $p\cdot\cot\delta = 1/a < 0$

: Levinson の定理に合っている

Levinson の定理：

$$\lim_{p\to 0} \delta(p) = n\pi$$

n : number of bound state

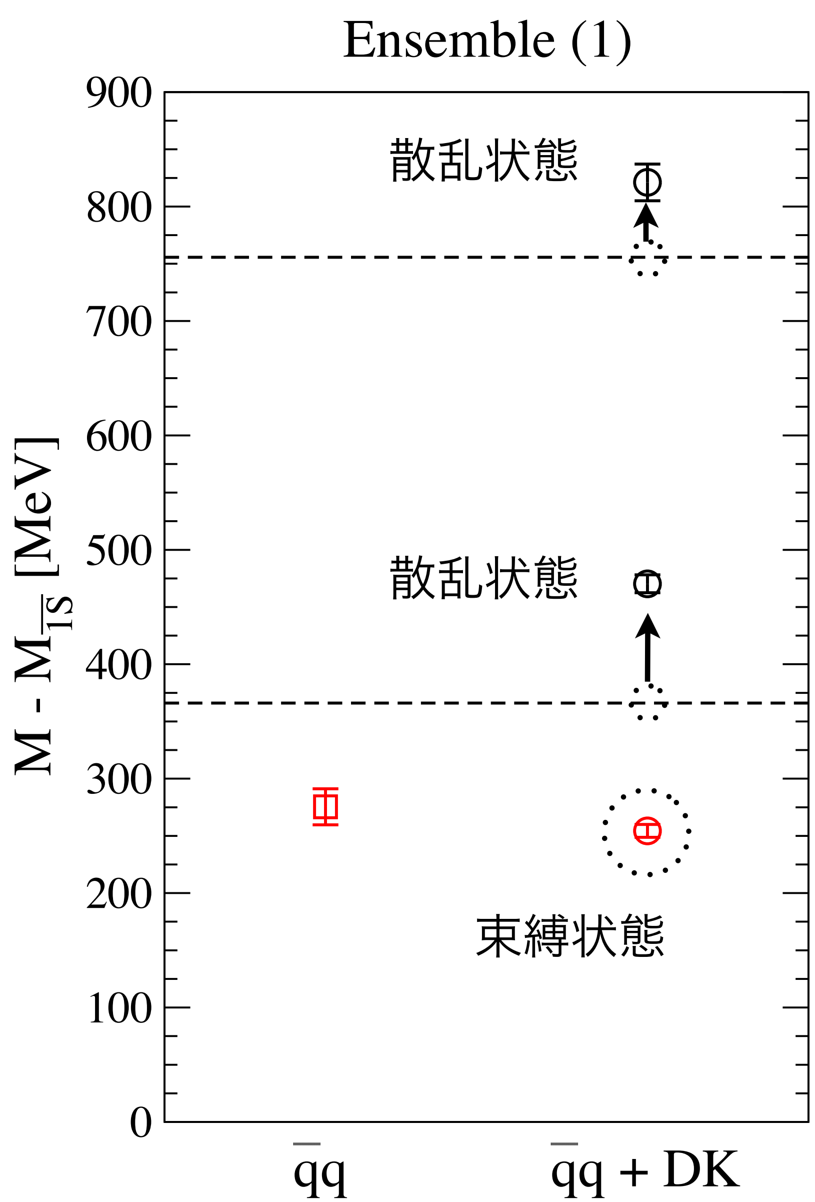


$\Longrightarrow$

$$\lim_{p\to 0} p\cdot\cot\delta(p) = 1/a < 0$$

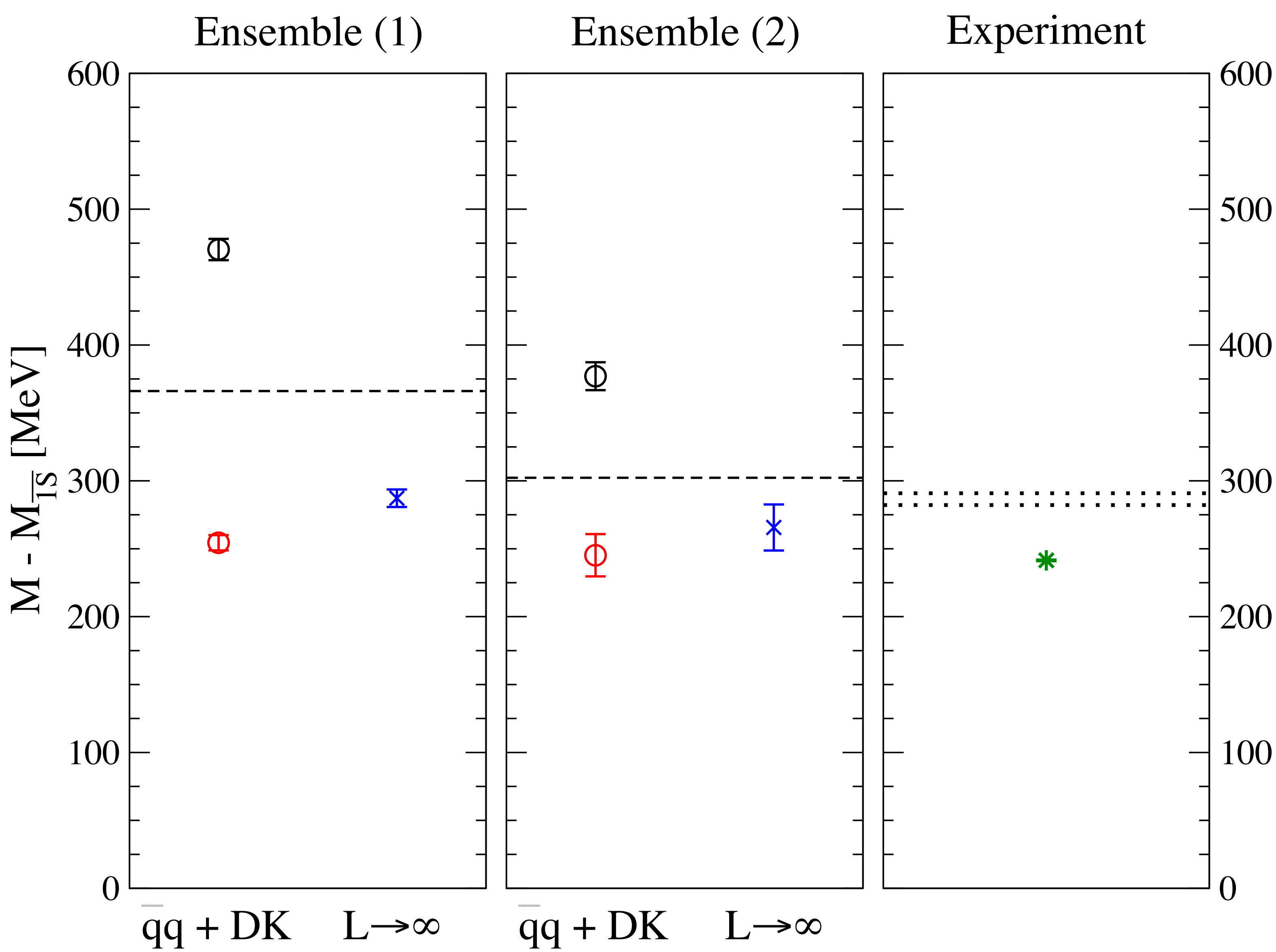
1) 2)から、

2) 束縛状態 $D_{s0}^*(2317)$



「 我々は $D_{s0}^*(2317)$ をとった !! 」

Final results



実験と大体合っている

今後の課題：

1) 体積を変えて、BS formation を確定させる

2) relativistic heavy quark を使う